

**ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ
&
ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΡΓΑΣΙΩΝ**

ΜΑΡΚΟΛΕΦΑΣ Ι. ΣΤΥΛΙΑΝΟΣ

ΔΙΔΑΚΤΩΡ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ: Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π.

**ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε., ΤΕΙ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**

ΙΟΥΛΙΟΣ 2015

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	Σελίδα
1. ΠΡΟΣΩΠΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	5
2. ΣΠΟΥΔΕΣ.....	5
3. ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ.....	5
4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΙΑ ΣΕ Α.Ε.Ι..... (μετά την απόκτηση του Διδακτορικού Διπλώματος)	6
5. ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΙΑ.....	7
6. ΓΝΩΣΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ..... (Γλώσσες Προγραμματισμού, Πακέτα λογισμικού, Εκπαιδευτικό λογισμικό, κ.τ.λ.)	8
7. ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ, ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ	9
8. ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ.....	9
9. ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΜΕ ΚΡΙΤΕΣ.....	10
10. ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΕ ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΩΝ.....	11
11. ΛΟΙΠΕΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ.....	12
12. ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ.....	13
12.1 ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ.....	13
12.2 ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ.....	14
13. ΕΠΙΒΛΕΨΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.....	14
14. ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΟΥΜΕΝΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ.....	15
15. ΚΡΙΤΗΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ.....	15
16. ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΑΠΟ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΡΙΤΩΝ.....	15
α) Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές.....	15
β) Εργασίες σε πρακτικά Συνεδρίων.....	25
γ) Σημειώσεις.....	25

17. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΑΝΑ ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΕΡΕΥΝΑΣ.....	26
17.1 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: <i>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ, ΜΙΚΤΕΣ ΔΙΑΤΥΠΩΣΕΙΣ, ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ)</i>	26
17.1.1 Διατριβές.....	26
17.1.2 Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές.....	28
17.1.3 Εργασίες σε πρακτικά Συνεδρίων.....	32
17.1.4 Διδακτικά συγγράμματα – Διδακτικές σημειώσεις.....	34
17.1.5 Εσωτερικές δημοσιεύσεις.....	36
17.2 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: <i>ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΟΛΛΗΣΕΩΝ ΜΕ ΚΟΛΛΑ (adhesive bonding)</i>	37
17.2.1 Διατριβές.....	37
17.2.2 Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές.....	39
17.3 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: <i>ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΟΣΤΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ (ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ - ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ)</i>	40
17.4 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: <i>ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ, ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ, ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ, ΜΕΛΕΤΗ ΥΠΑΡΞΗΣ ΚΑΙ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ</i>	40
18. ΛΟΙΠΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ – ΟΜΙΛΙΕΣ – ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΕΣ.....	43
19. ΓΝΩΣΗ ΞΕΝΩΝ ΓΛΩΣΣΩΝ.....	43

Όνοματεπώνυμο: Στυλιανός Ι. Μαρκολέφας

1. ΠΡΟΣΩΠΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Ημερομηνία και τόπος γεννήσεως: 6 Ιανουαρίου 1966, Μελιγαλά Μεσσηνίας
Οικογενειακή κατάσταση: Έγγαμος (δύο τέκνα)
Στρατιωτική θητεία: Λοχίας Μηχανικού – Στρατός Ξηράς (1993-1994)
Ιδιότητα-Διεύθυνση: Μηχανολόγος Μηχανικός, Τροίας 5 Ηλιούπολη, ΤΚ 16346
e-mail: markos34@hotmail.com

2. ΣΠΟΥΔΕΣ

2.1 Διδάκτορας Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου

(Απρίλιος 2004)

Τομέας Μηχανικής

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

2.2 Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης Υπολογιστικής Μηχανικής

(Δεκέμβριος 1999)

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Βαθμολογία: 9.86/10.0

2.3 Μάστερ Επιστημών (Master of Science)

(Μάιος 1992)

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Rensselaer Polytechnic Institute (R.P.I), Troy, New York.

Βαθμολογία: 4.0/4.0

2.4 Δίπλωμα Μηχανολόγου Μηχανικού

(Μάρτιος 1989)

Πανεπιστήμιο Πατρών

Βαθμολογία: 8.14/10

3. ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΕΣ ΘΕΣΕΙΣ

3.1 Επίκουρος Καθηγητής (Τμ. Μηχανολ. Μηχανικών ΤΕ, ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας, 2014 - σήμερα)

3.2 Μεταδιδάκτορας Ερευνητής (Τομέας Μηχανικής, Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π).

Χρηματοδότηση από το πρόγραμμα *Πυθαγόρας II* (2005-2007)

3.3 Λέκτορας Π.Δ. 407/80 (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π)

(2005 - 2009)

3.4 Επιστημονικός Συνεργάτης (Βαθμίδα Επίκουρου Καθηγητή, ΤΕΙ Αθήνας, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών)
(2004 – 2011)

3.5 Ερευνητής Μηχανικός (*Research Engineer*), Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York
(1992 - 1993)

4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΙΑ ΣΕ Α.Ε.Ι.

(μετά την απόκτηση του Διδακτορικού Διπλώματος)

4.1 Επίκουρος Καθηγητής (Τμ. Μηχανολ. Μηχανικών ΤΕ, ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας, 2014 - σήμερα)

Διδασκαλία των παρακάτω προπτυχιακών μαθημάτων:

Στατική

Αντοχή Υλικών

Ανάλυση Κατασκευών

Μηχανική των Θραύσεων

Μεταλλικές Κατασκευές

Δυναμική – Ταλαντώσεις

4.2 Λέκτορας Π.Δ. 407/80 (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π)
(2005-2009)

Διδασκαλία των παρακάτω προπτυχιακών μαθημάτων:

Μαθηματική Προσομοίωση στη Μηχανική

Υπολογιστική Μηχανική I, II

4.3 Έκτακτος Εκπαιδευτικός (Βαθμίδα Επίκουρου Καθηγητή, ΤΕΙ Αθήνας, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών)
(2004-2011)

Διδασκαλία των παρακάτω μαθημάτων:

Μηχανική I (Στατική) (Α' εξάμηνο, *Τμήμα Ναυπηγικής*)

Μηχανική II (Αντοχή Υλικών) (Β' εξάμηνο, *Τμήμα Ναυπηγικής*)

Στοιχεία Μηχανών (Γ' εξάμηνο, *Τμήμα Ναυπηγικής*)

Στοιχεία Μηχανών (ΣΤ' εξάμηνο, *Τμήμα Ενεργειακής Τεχνολογίας*)

Μηχανουργική Τεχνολογία & Τριβολογία (Δ' εξάμηνο, *Τμήμα Ενεργειακής Τεχνολογίας*)

Επίλυση Προβλημάτων Μηχανικού με Αριθμητική Ανάλυση (Πεπερασμένα Στοιχεία)
(Δ' εξάμηνο, *Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής*)

Εφαρμογές Στατικής με Η/Υ (Ε' εξάμηνο, *Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής*)

Θραυστομηχανική (ΣΤ' εξάμηνο, *Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής*)

Θεωρία Κατασκευών (Γ' εξάμηνο, *Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής*)

4.4 Συνεργάτης στο Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

“Υπολογιστική Μηχανική”, Ε.Μ.Π.

(1998-2010)

Συμμετοχή στη διδασκαλία των παρακάτω μεταπτυχιακών μαθημάτων:

Εκτίμηση σφάλματος και Προσαρμοστικές Τεχνικές στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (πρώην τίτλοι: Ειδικά Κεφάλαια Υπολογιστικής Μηχανικής Στερεών και Ειδικά Κεφάλαια Πεπερασμένων Στοιχείων)

(Σημείωση: Πλήρης διδασκαλία του μαθήματος για τα εαρινά εξάμηνα των ετών 2005-2010, βλέπε αντίστοιχες βεβαιώσεις σχολής Χημικών Μηχανικών)

Μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων I

5. ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΙΑ

5.1 Δομικός Μηχανικός Αεροσκαφών (Sogclair Aerospace, Eurocopter, Airbus Group)

(Γερμανία 2012 - 2014)

Structural Repair Manuals για τις πόρτες του A350XWB, Προετοιμασία Προδιαγραφών για βασικά πειράματα αντοχής δοκιμών συνθέτων υλικών CFRP, Μελέτες κλασσικής Κόπωσης μεταλλικών δομικών στοιχείων και Ακουστικής Κόπωσης στρωματοποιημένων πλακών συνθέτων υλικών, με βάση τις μεθόδους της AIRBUS)

5.2 Ελεύθερος Επαγγελματίας

(1995 - 2009)

Εφαρμογές της μεθόδου των *Πεπερασμένων στοιχείων* στην ανάλυση και διαστασιολόγηση κατασκευών (Μεταλλικές κατασκευές, Γέφυρες, Σήραγγες, Κατασκευές εξ' ωπλισμένου σκυροδέματος, Φέρουσα τοιχοποιία, Λίθινες κατασκευές, κ.λ.π). Επίσης, μελέτες και σχεδιασμός εσχάρων και καλωδίων.

5.3 Συνεργαζόμενος Μηχανικός, Εταιρεία Στατικών Μελετών Ο.Τ.Μ (Όμιλος Τεχνικών Μελετών)

(Φεβρουάριος 1996 – Ιούλιος 1998)

Συμμετοχή στην προσομοίωση, ανάλυση και διαστασιολόγηση μεγάλων κατασκευών με την μέθοδο των *Πεπερασμένων Στοιχείων*.

5.4 Σύμβουλος Μηχανικός, Εταιρεία Sofistik Hellas Ε.Π.Ε

(Φεβρουάριος 1995 - Δεκέμβριος 1995)

Οι ευθύνες της συνεργασίας ήταν:

5.4.1) Μελέτη σε βάθος των υπολογιστικών διαδικασιών του προγράμματος *Sofistik* (στατική, δυναμική ανάλυση, εφαρμογές σε πλαστική ανάλυση, θεωρία μεγάλων παραμορφώσεων, επιρροή ερπυσμού, μεταλλικές κατασκευές, φάσεις κατασκευής και φάσεις εκσκαφής σε σήραγγες, επαλληλία εντατικών καταστάσεων, προεντεταμένο σκυρόδεμα).

5.4.2) Προετοιμασία προχωρημένων ενημερωτικών φυλλαδίων για την διασαφήνιση των παραπάνω δυνατοτήτων του προγράμματος.

5.4.3) Τεχνική υποστήριξη των πελατών της Εταιρείας *Sofistik* σε ότι αφορά τη χρήση του προγράμματος.

5.4.4) Απόκτηση εμπειρίας σε πραγματικές εφαρμογές σε επίπεδο μοντελοποίησης του φορέα με πεπερασμένα στοιχεία, ανάλυσης και αξιολόγησης των αποτελεσμάτων.

5.5 Ερευνητής Μηχανικός (Research Engineer), Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York

(Μάιος 1992 - Μάρτιος 1993)

5.5.1) Ερευνητής σε εφαρμογές αριθμητικών μεθόδων (*Πεπερασμένων Στοιχείων*) στον τομέα του Μηχανολόγου και του Πολιτικού Μηχανικού (Ανάλυση Κατασκευών).

5.5.2) Ανάπτυξη και προγραμματισμός καινοτομικών υπολογιστικών τεχνικών στο πλαίσιο ευρύτερου Προγράμματος υποστηριζόμενου από την *NASA Langley* και από την *Lockheed Missiles and Space Co* (μέθοδοι *Υπερθέσεως πλεγμάτων, s-methods*).

5.5.3) Συμμετοχή στην ανάπτυξη γενικού προγράμματος Πεπερασμένων Στοιχείων με βάση την μέθοδο της *Υπερθέσεως (Adaptive Mesh Superposition Research Code)* (R.P.I, Troy N.Y, 1989 – 1993).

Συγκεκριμένα, σε ότι αφορά τα παρακάτω στοιχεία του προγράμματος:

α) Συναρτήσεις μορφής:

Χρήση πεπερασμένων στοιχείων με ιεραρχικές συναρτήσεις μορφής, (*p-method*)

β) Υπορουτίνες Λύσης των αλγεβρικών εξισώσεων:

β1) Skyline Direct Solver

β2) Hierarchical Block Direct Solver

β3) Preconditioned Conjugate Gradient Iterative Solver

γ) Προσαρμοστική ανάλυση (Adaptive analysis):

γ1) Εκτιμητές σφάλματος λύσης (*Internal residual error estimators*)

γ2) Δείκτες σφάλματος για τους υψηλοβάθμιους βαθμούς ελευθερίας (*error indicators*)

γ3) Επιλεκτική βελτίωση της λύσης με χρήση των βαθμών ελευθερίας που δίνουν μεγαλύτερο δείκτη σφάλματος (*Selective polynomial refinement*)

Το πρόγραμμα χρησιμοποιήθηκε για ερευνητικούς σκοπούς (ανάλυση *στρωματοποιημένων σύνθετων υλικών, πλακών με ρωγμές κ.λ.π.*)

5.5.4) Σύμβουλος ομάδας μεταπτυχιακών φοιτητών του *Rensselaer Polytechnic Institute* σε θέματα αριθμητικής ανάλυσης.

6. ΓΝΩΣΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

(Γλώσσες Προγραμματισμού, Πακέτα λογισμικού, Εκπαιδευτικό λογισμικό, κ.τ.λ.)

- 6.1 Αρίστη γνώση της γλώσσας προγραμματισμού *FORTRAN*.
- 6.2 Αρίστη γνώση του Προγράμματος Στατικών Μελετών *SOFISTIK*.
- 6.3 Αρίστη γνώση του Προγράμματος Στατικών Μελετών *NEXT*
- 6.4 Εργασιακή εμπειρία με τα προγράμματα *Πεπερασμένων Στοιχείων Patran και Nastran*
- 6.5 Εργασιακή εμπειρία με τα προγράμματα *Microsoft Word* και *Excel*

7. ΥΠΟΤΡΟΦΙΕΣ, ΔΙΑΚΡΙΣΕΙΣ

7.1 Υποτροφίες:

7.1.1 Υποτροφία ΕΠΙΣΕΥ, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, ΕΜΠ (2000)

7.1.2 Υποτροφία Τομέα Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ (2001-2003)

7.1.3 Υποτροφία Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, **Rensselaer Polytechnic Institute (R.P.I)**, Troy, New York (*Research Assistantship*, 1989-1992)

7.2 Διακρίσεις:

7.2.1 Τακτικό Μέλος της *Ελληνικής Εταιρείας Υπολογιστικής Μηχανικής (ΕΛΕΤΥΜ)*, 2004

7.2.2 Αποφοίτησε πρώτος (με κριτήριο την τελική βαθμολογία) ανάμεσα από 110 φοιτητές της τάξης 1988 του τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών (Πανεπιστήμιο Πατρών).

8. ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Διδάκτορας Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου

(Απρίλιος 2004)

Τομέας Μηχανικής

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Αθήνα

Θέμα Διατριβής: “*Μαθηματική ανάλυση, εκτίμηση σφάλματος, εκτίμηση μόλυνσης και προσαρμοστικές τεχνικές στις μεθόδους -h και -p των Πεπερασμένων Στοιχείων για γενικά ελλειπτικά προβλήματα*”

Επιβλέπων Καθηγητής: Γ. Τσαμασφύρος

9. ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΜΕ ΚΡΙΤΕΣ

- 9.1.** S. Marcoléfas, V.Kostopoulos and S. A. Paipetis, "*Non-linear analysis of a metal-to-composite scarf joint*", Int. J. Mech. Sci. 33(12) (1991) 961-973
- 9.2.** J. Fish and S. Markolefas, "*The s-version of the finite element method for multilayer laminates*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 33(5) (1992) 1081-1105
- 9.3.** J. Fish and S. Markolefas, "*Adaptive s-method for linear Elastostatics*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 104 (1993) 363-396
- 9.4.** J. Fish and S. Markolefas, "*Adaptive global-local refinement strategy based on the interior error estimates of the h-method*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 37 (1994) 827-838
- 9.5.** J. Fish, S. Markolefas, R. Guttal and P. Nayak, "*On adaptive multilevel superposition of finite element meshes for linear Elastostatics*", Applied Numerical Mathematics 14 (1994) 135-164
- 9.6.** G. Tsamasphyros and S. Markolefas, "*An estimate of the Babuska-Brezzi inf-sup discrete stability constant for general linear Petrov-Galerkin finite element formulations*", Applied Mathematics and Computation 144 (2003) 107-116
- 9.7.** G. Tsamasphyros and S. Markolefas, "*Integration pointwise pollution error estimates in the finite element method in one dimension*", Applied Numerical Mathematics 51 (2004) 345-360
- 9.8.** G. Tsamasphyros and S. Markolefas, "*Some a priori error estimates with respect to H^θ norms, $0 < \theta < 1$, for the h-extension of the finite element method in two dimensions*", Applied Numerical Mathematics 52 (2005) 449-458
- 9.9.** S.I. Markolefas, D.A. Tsouvalas, G.I. Tsamasphyros "*Theoretical analysis of a class of mixed, C^0 continuity formulations for general dipolar Gradient Elasticity boundary value problems*", International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 546-572
- 9.10.** G.I. Tsamasphyros, S. Markolefas, D.A. Tsouvalas, "*Convergence and performance of the h- and p- extensions with mixed finite element C^0 -continuity formulations for tension and buckling of a gradient elastic beam*", International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 5056-5074
- 9.11.** S. Markolefas, "*Standard Galerkin formulation with high order Lagrange finite elements for Option Markets pricing*", Applied Mathematics and Computation 195 (2008) 707-720
- 9.12.** S. I Markolefas, D. A. Tsouvalas and G. I. Tsamasphyros, "*Some C^0 -continuous mixed formulations for general dipolar linear Gradient Elasticity boundary value problems and the associated energy theorems*", International Journal of Solids and Structures 45 (2008) 3255-3281

9.13. G. J. Tsamasphyros, Th. K. Papathanassiou and S. I. Markolefas “*Some analytical solutions of the Kamal equation for isothermal curing with applications to Composite patch repair*”, Journal of Engineering Materials and Technology 131 (2008) 011008.1-011008.7

9.14. S. I. Markolefas, D. A. Tsouvalas and G. I. Tsamasphyros, “*Mixed finite element formulation for the general anti-plane shear problem, including Mode III crack computations, in the framework of dipolar linear gradient elasticity*”, Computational Mechanics 43 (2009) 715-730

9.15. S. I. Markolefas and Th. K. Papathanassiou “*Stress redistributions in adhesively bonded double-lap joints, with elastic-perfectly plastic adhesive behavior, subjected to axial lap-shear cyclic loading*”, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) 737-744

9.16 S. P. Filopoulos, T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas, G. J. Tsamasphyros “*Dynamic finite element analysis of a gradient elastic bar with micro inertia*”, Computational Mechanics 45 (2010) 311-319

9.17 Papathanasiou, T.K, Markolefas, S.I., Filopoulos, S.P., Tsamasphyros, G.J. “*Heat transfer in thin multilayered plates-part I: A new approach*”, Journal of Heat Transfer 133 (2011) Article number 021302, DOI: 10.1115/1.4002630

9.18 Papathanasiou, T.K, Markolefas, S.I., Filopoulos, S.P., Tsamasphyros, G.J. “*Heat transfer in thin multilayered plates-part II: Applications to the composite patch repair technique*”, Journal of Heat Transfer 133 (2011) Article number 021303, DOI: 10.1115/1.4002631

9.19 S. P. Filopoulos, T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas, G. J. Tsamasphyros, “*Generalized Thermoelastic Models for Linear Elastic Materials with Micro-Structure Part I: Enhanced Green-Lindsay Model*”, Journal of Thermal Stresses 37 (2014) 624-641

9.20 S. P. Filopoulos, T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas, G. J. Tsamasphyros, “*Generalized Thermoelastic Models for Linear Elastic Materials with Micro-Structure Part II: Enhanced Lord-Shulman Model*”, Journal of Thermal Stresses 37 (2014) 642-659

9.21 K. A. Belibassakis, G. A. Athanassoulis, T. K. Papathanasiou, S. P. Filopoulos, S. I. Markolefas, “*Acoustic wave propagation in inhomogeneous, layered waveguides based on modal expansions and hp-FEM*”, Wave Motion 51 (2014) 1021-1043

10. ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΣΕ ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΑ

10.1. J. Fish and S. Markolefas, “*Adaptive s-method for linear Elastostatics*”, proceedings of the AIAA 33rd Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, Dallas, TX, (1992) 313-317

10.2. G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas and D. A. Tsouvalas, “*Convergence & performance of the h- and p- extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for tension & buckling of a strain gradient elastic beam*”, proceedings of the International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences (ICCES), Chennai, Rep. of India, December 1 – 6 (2005)

10.3. G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas and D. A. Tsouvalas, "*Convergence analysis and comparison of the h - and p - extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for some types of one dimensional biharmonic equations*", proceedings of the 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol, Cyprus, June 29 – July 1 (2005) 853-860

10.4. S. I. Markolefas, D. Tsouvalas and G. Tsamasphyros, "*High polynomial order mixed finite element methods for strain gradient elasticity problems: A posteriori error estimation and Adaptivity*", proceedings of the 3rd International Conference "From Scientific Computing to Computational Engineering", Athens, Greece, 9-12 July (2008)

10.5. G. Tsamasphyros, S. Markolefas, D. Tsouvalas and S.P. Filopoulos, "*Energy theorems in the framework of the Strain Gradient Elasticity*", proceedings of the 4th IASME/WSEAS International Conference on Continuum Mechanics, Cambridge, UK, 2009, 24-26 Feb 2009

10.6. T. K. Papathanasiou, S.P. Filopoulos, S.I. Markolefas and G. J. Tsamasphyros, "*Existence and Uniqueness results for a variational problem of thermal stresses in a gradient elastic half-space*", proceedings of the 4th IASME/WSEAS International Conference on Continuum Mechanics, Cambridge, UK, 24-26 Feb 2009

10.7. S.P. Filopoulos, S.I. Markolefas, T. K. Papathanasiou and G. J. Tsamasphyros, "*Finite element models for generalized coupled thermoelastic problems with micro inertia*", proceedings of the 9th International Conference on Bioengineering, Patras, Greece, Sept. 2009

10.8 T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas, S. P. Filopoulos, K. Kalkanis, A. Savaidis and G. J. Tsamasphyros, "*Temperature and Degree of Cure Profiles in Composite Patch Bonded Repairs of Cracked Plates*", proceedings of the 2nd International Conference of Engineering Against Fracture (ICEAF II), Mykonos, Greece, June 22-24, 2011

10.9 K. A. Belibassakis, G. A. Athanassoulis, T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas and Tr. Kokkinos, "*A Coupled-Mode System for shear deformable beams and plates of non-uniform thickness*", proceedings of the 10th HSTAM International Congress on Mechanics, Chania, Crete, Greece, May 25-27, 2013

10.10 A. E. Karperaki, K. A. Belibassakis, T. K. Papathanasiou and S. I. Markolefas, "*Higher-Order FEM for nonlinear hydroelastic analysis of a floating elastic strip in shallow-water conditions*", proceedings of the VI International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering COUPLED PROBLEMS, B. Schrefler, E. Onate and M. Papadrakakis (Eds), Venice, Italy, May 18-20, 2015

11. ΛΟΙΠΕΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

Κεφάλαια Βιβλίων

11.1. J. Fish, S. Markolefas, R. Guttal and P.Nayak, "*On adaptive multilevel superposition of finite element meshes*", Adaptive Methods For Partial Differential Equations, eds. J.E.Flaherty and M.S.Shephard, SIAM (1994)

Τεχνικές Αναφορές

11.2. J. Fish, S. Markolefas and A.Nath, "*MSRC - Mesh Superposition Research Code. User Manual*", Scientific Computation Research Center (SCOREC), Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, N.Y (1991)

12. ΔΙΔΑΚΤΙΚΑ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

12.1 ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

12.1.1 Η μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων για τη συστηματική επίλυση επιπέδων δικτυωμάτων, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος "Επίλυση προβλημάτων Μηχανικού με Αριθμητική Ανάλυση", Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθηνών, 2004-2005.

12.1.2 Η μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων για τη συστηματική επίλυση επιπέδων πλαισίων, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος "Επίλυση προβλημάτων Μηχανικού με Αριθμητική Ανάλυση", Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθηνών, 2004-2005.

12.1.3 Πρόγραμμα Πεπερασμένων στοιχείων FEM.FOR. Ανάπτυξη και λεπτομερή περιγραφή *in-house* κώδικα (για χρήση από τους φοιτητές), στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος "Πεπερασμένα Στοιχεία I", Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών "Υπολογιστική Μηχανική", ΕΜΠ (1999-2005).

12.1.4 Συνοπτικές σημειώσεις Θεωρίας Πεπερασμένων Στοιχείων για το πρόβλημα της Επίπεδης Ελαστικότητας. Θεωρητικό υπόβαθρο της δομής και διαμόρφωσης του κώδικα Πεπερασμένων στοιχείων FEM.FOR για το πρόβλημα της επίπεδης Ελαστικότητας, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος "Πεπερασμένα Στοιχεία I", Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών "Υπολογιστική Μηχανική", ΕΜΠ (1999-2005).

12.1.5 Ειδικά κεφάλαια Πεπερασμένων Στοιχείων (Ειδικά κεφάλαια Υπολογιστικής Μηχανικής Στερεών), Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών "Υπολογιστική Μηχανική", ΕΜΠ (1999-2003).

Συγγραφή τμήματος σημειώσεων για το μάθημα (Προσαρμοστικές τεχνικές (*h-, p-adaptive techniques*), μέθοδοι εκτίμησης σφάλματος (*a priori, a posteriori error estimates*), προετοιμασία και διδασκαλία θεωρητικών και υπολογιστικών ασκήσεων.

12.1.6 Συμμετοχή στις σημειώσεις του μαθήματος "Υπολογιστική Μηχανική των Θραύσεων" (τμήματα του κεφαλαίου: *Ενεργειακή θεώρηση μετάδοσης ρωγμής*), Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Υπολογιστική Μηχανική, ΕΜΠ, 2002.

12.1.7 Συμμετοχή στην αναθεωρημένη έκδοση του βιβλίου "Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων", Γ. Τσαμασφύρος, Ε. Θεοτόκογλου, (κεφ. 18: *Τα σφάλματα στην Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων*"), 2004.

12.1.8 Σημειώσεις (γραμμικής) Θραυστομηχανικής, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος “*Θραυστομηχανική*”, Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθηνών, 2005-2006.

12.2 ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ – ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

12.2.1 Μαθηματική ανάλυση γενικών Μικτών Μεθόδων Πεπερασμένων Στοιχείων (Προβλήματα Ελαστικότητας, Ασυμπίεστης Ροής *Stokes*, Θεωρίες Πλακών *Poisson-Kirchhoff* και *Mindlin-Reissner*, Συνθήκες *Babuška-Brezzi* (inf-sup), Σχεδόν βέλτιστη προσεγγιστικότητα των διακριτών λύσεων *Galerkin*) (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Τομέας Μηχανικής - Σεπτέμβριος 2004)

Η εργασία αποτελεί το θεωρητικό υπόβαθρο για την διδασκαλία του Μαθήματος: “*Εκτίμηση σφάλματος και Προσαρμοστικές Τεχνικές στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων*“, Δ.Π.Μ.Σ., Υπολογιστική Μηχανική.

12.2.2 Η διακριτή συνθήκη *Babuška-Brezzi* (συνθήκη inf-sup) και η μέθοδος *Aubin-Nitsche* (*Nitsche trick*) στην μαθηματική ανάλυση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων (στα πλαίσια διάλεξης στο πρόγραμμα Σεμιναρίων της Σχολής Ε.Μ.Φ.Ε, Σεπτέμβριος 2002).

12.2.3 Το φαινόμενο της μόλυνσης των λύσεων *Galerkin* για τις κλασσικές μεθόδους *-h* και *-p* των Πεπερασμένων Στοιχείων

Η εργασία ήταν στα πλαίσια των *Γενικών Μεταπτυχιακών Εξετάσεων*, σύμφωνα με τον εσωτερικό κανονισμό του Τομέα Μηχανικής και παρουσιάστηκε σε πενταμελή επιτροπή καθηγητών τον Ιούλιο του 2001.

12.2.4 Προχωρημένα φυλλάδια θεωρητικής ανάλυσης του προγράμματος στατικών μελετών *Sofistik* σε θέματα *ερπυσμού, φάσεων κατασκευής, φάσεων εκσκαφής* σε σήραγγες, *δυναμικής ανάλυσης, μη γραμμικής ανάλυσης* (1996).

12.2.5 Εφαρμογή της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στην κοστολόγηση συμβολαίων δικαιώματος (*options contracts*) (1992).

Ανάπτυξη προγράμματος αριθμητικού υπολογισμού των τιμών ισορροπίας συμβολαίων δικαιώματος επάνω σε μετοχές (*stock options*) και σε νομίσματα (*currency options*), σε στενή συνεργασία με αναλυτή παραγώγων προϊόντων (Mr. Yaron Zilberman, equity derivative products analyst) της UBS Securities Inc. Το πρόγραμμα χρησιμοποιεί την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (στοιχεία Lagrange, υψηλού βαθμού *p*, και χρονική μέθοδο ολοκλήρωσης Crank-Nicolson), για την ανάλυση του κλασσικού (γραμμικού, παραβολικού) μοντέλου των Black-Scholes, στην πλέον εξελιγμένη μορφή του.

13. ΕΠΙΒΛΕΨΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

13.1 Συμμετοχή στην επίβλεψη Μεταπτυχιακής εργασίας του μεταπτυχιακού φοιτητή Τσουβαλά Δημήτρη (Δ.Π.Μ.Σ. “Υπολογιστική Μηχανική”, 2005), με θέμα “Εφαρμογή μεθόδων *πύκνωσης h-* και *p-* με συναρτήσεις σχήματος συνέχειας C^0 , σε συνδυασμό με μεθόδους μικτών Πεπ. Στοιχείων για τη διερεύνηση απόκρισης ράβδου από μικροδομικά υλικά και την επίλυση γενικών μονοδιάστατων διαρμονικών εξισώσεων”.

13.2 Συμμετοχή στην επίβλεψη Μεταπτυχιακής εργασίας του μεταπτυχιακού φοιτητή Κουλούρια Γεώργιου (Δ.Π.Μ.Σ. “Υπολογιστική Μηχανική”, 2002), με θέμα “*Εκτίμηση σφάλματος και προσαρμοστικές τεχνικές για ορισμένα 1-D προβλήματα με υψηλή μόλυνση της λύσης Galerkin, με βάση την μέθοδο -p των Πεπερασμένων Στοιχείων*”. Η εργασία βασίζεται κυρίως στο πρόγραμμα Πεπερασμένων Στοιχείων που έχει αναπτυχθεί από τον υπογράφο, στα πλαίσια της Διδακτορικής Διατριβής του.

13.3 Συμμετοχή στην επίβλεψη της Πτυχιακής εργασίας των σπουδαστών Κωνσταντίνου Συκλλά και Γεωργίου Ντουμουλιάκου, του τμήματος Ναυπηγικής (Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, ΤΕΙ Αθήνας), με θέμα “*Χρήση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στον υπολογισμό των κατασκευαστικών στοιχείων του Πλοίου*”, 2009.

14. ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΣΕ ΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΟΥΜΕΝΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ

14.1 Συμμετοχή στο Πρόγραμμα EQUAL (Τομέας Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, 2002). Συμμετοχή στο υπο-έργο: *Άρση Εμποδίων και Διακρίσεων στην Αγορά Εργασίας για Γυναίκες Τεχνικούς*.

14.2 Συμμετοχή στο Πρόγραμμα Αρχιμήδης (Ενίσχυση ερευνητικών ομάδων, Τ.Ε.Ι Πειραιά, 2004,2005 ΕΠΕΑΚ II, Υπ. Παιδείας). Συμμετοχή στο υπο-έργο: *Μελέτη Συμπεριφοράς Πιεζοηλεκτρικών Υλικών*.

14.3 Συμμετοχή στο Πρόγραμμα Αρχιμήδης (Ενίσχυση ερευνητικών ομάδων, Τ.Ε.Ι Αθήνας, 2004,2005 ΕΠΕΑΚ, Υπ. Παιδείας). Συμμετοχή στο υπο-έργο: *Επισκευή Μεταλλικών Κατασκευών με την Ενσωμάτωση Οπτικών Ινών*.

14.4 Πρόγραμμα Πυθαγόρας II (Ενίσχυση ερευνητικών ομάδων στο Πανεπιστήμιο, 2005-2007, ΕΠΕΑΚ II, Υπ. Παιδείας). Συμμετοχή στο υπο-έργο: *Εφαρμογή Θεωρίας Βαθμίδας για την επίλυση προβλημάτων Συνοριακών τιμών με χρήση αναλυτικών μεθόδων και μικτών Προσαρμοστικών Πεπερασμένων Στοιχείων*.

15. ΚΡΙΤΗΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΝ ΣΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ

Κριτική ενός άρθρου για το περιοδικό “**Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**”, Δεκέμβριος 2004

Κριτική ενός άρθρου για το περιοδικό “**Applied Mathematical Modeling**”, Μάιος 2011

16. ΑΝΑΦΟΡΕΣ ΑΠΟ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΡΙΤΩΝ

α) Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές:

16.1. S. Marcoléfas, V. Kostopoulos and S. A. Paipetis, "Non-linear analysis of a metal-to-composite scarf joint", Int. J. Mech. Sci. 33(12) (1991) 961-973

(4 αναφορές)

16.1.1. Kamle S, Upreti SR, Awasthi VK, et al. , Experimental correlation of mechanical properties of joints and transverse vibrations in PMMA beams J APPL POLYM SCI 60 (3): 343-352 APR 18 1996

16.1.2. M. A. Stubblefield, C. Yang, Su-Seng Pang, Heat-activated joining technology for composite to alloy piping systems, Conference Proceedings at ANTEC' 98, Society of Plastics Engineers, Atlanta, Georgia, April 26 – April 30, 1998

16.1.3. S. B. Kumar, S. Sivashanker, et., al., Strength and failure prediction of adhesively bonded CFRP scarf joints, Developments in Mechanics of Structures and Materials, Vol 1, pp, 125-132, A. S. Deeks, Hong Hao eds., Proceedings, 2004

16.1.4. Kumar SB, Sridhar I, Sivashanker S, et al., Tensile failure of adhesively bonded CFRP composite scarf joints, MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING B-SOLID STATE MATERIALS FOR ADVANCED TECHNOLOGY 132 (1-2): 113-120 Sp. Iss. SI JUL 25 2006

16.2. J. Fish and S. Markolefas, "*The s-version of the finite element method for multilayer laminates*", International Journal for Numerical Methods in Engineering 33(5) (1992) 1081-1105

(20 αναφορές)

16.2.1. Yue Z, Robbins DH, Adaptive superposition of finite element meshes in elastodynamic problems, INT J NUMER METH ENG 63 (11): 1604-1635 JUL 21 2005

16.2.2. Ben Dhia H, Rateau G, The Arlequin method as a flexible engineering design tool, INT J NUMER METH ENG 62 (11): 1442-1462 MAR 21 2005

16.2.3. Nakasumi S, Suzuki K, Fujii D, et al., Mixed analysis of shell and solid elements using the overlaying mesh method, J MAR SCI TECHNOL 7 (4): 180-188 2003

16.2.4. Park JW, Hwang JW, Kim YH, Efficient finite element analysis using mesh superposition technique, FINITE ELEM ANAL DES 39 (7): 619-638 APR 2003

16.2.5. Carrera E, Demasi L, Classical and advanced multilayered plate elements based upon PVD and RMVT. Part 1: Derivation of finite element matrices, INT J NUMER METH ENG 55 (2): 191-231 SEP 20 2002

16.2.6. Carrera E, Theories and finite elements for multilayered, anisotropic, composite plates and shells, ARCH COMPUT METHOD E 9 (2): 87-140 2002

16.2.7. Bogdanovich AE, Yushanov SP, Three-dimensional variational analysis of Pagano's problems for laminated composite plates, COMPOS SCI TECHNOL 60 (12-13): 2407-2425 Sp. Iss. SI SEP-OCT 2000

16.2.8. Shin ES, Kin SJ, Finite element analysis of pin-loaded composite laminates by connecting independently modeled subdomains, COMPOS PART B-ENG 31 (1): 47-56 2000

16.2.9. Woo K, Whitcomb JD, Three-dimensional failure analysis of plain weave textile composites using a global/local finite element method, J COMPOS MATER 30 (9): 984-1003 1996

16.2.10. Robbins DH, Reddy JN, Variable kinematic modelling of laminated composite plates, INT J NUMER METH ENG 39 (13): 2283-2317 JUL 15 1996

16.2.11. NOOR AK, BURTON WS, PETERS JM, HIERARCHICAL ADAPTIVE MODELING OF STRUCTURAL SANDWICHES AND MULTILAYERED COMPOSITE PANELS, ENG FRACT MECH 50 (5-6): 801-817 MAR-APR 1995

16.2.12. WOO K, WHITCOMB J, GLOBAL-LOCAL FINITE-ELEMENT ANALYSIS FOR TEXTILE COMPOSITES, J COMPOS MATER 28 (14): 1305-1321 1994,

16.2.13. NOOR AK, BURTON WS, PETERS JM, HIERARCHICAL ADAPTIVE MODELING OF STRUCTURAL SANDWICHES AND MULTILAYERED COMPOSITE PANELS, APPL NUMER MATH 14 (1-3): 69-90 APR 1994

16.2.14. WOO K, WHITCOMB JD, MACRO FINITE-ELEMENT USING SUBDOMAIN INTEGRATION, COMMUN NUMER METH EN 9 (12): 937-949 DEC 1993

16.2.15. Yue Z, Robbins DH, Adaptive superposition of the finite element meshes in non-linear transient solid mechanics problems, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING Volume: 72 Issue: 9 Pages: 1063-1094, NOV 26 2007

16.2.16. Huynh DBP, Belytschko T., The extended finite element method for fracture in composite materials, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING Volume: 77 Issue: 2 Pages: 214-239, JAN 8 2009

16.2.17. Qiao, H., Chen, W.-Q., Multi-scale numerical simulation of structures based on Arlequin method, Zhejiang Daxue Xuebao (Gongxue Ban)/Journal of Zhejiang University (Engineering Science) 44 (12), pp. 2314-2319 (2010)

16.2.18. Iarve, E.V., Mollenhauer, D., Gurvich, M., Mechanism-based direct simulation of tensile failure in composite laminates, 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, art no. 2010-2818 (2010)

16.2.19. Angioni, S.L., Visrolia, A., Meo, M., A hierarchical multiple plate models theory for laminated composites including delamination and geometrical nonlinear effects, Composite Structures 93 (2), pp. 780-791 (2011)

16.2.20. Qiao, H., Yang, Q.D., Chen, W.Q., Zhang, C. Z., Implementation of the Arlequin method into ABAQUS: Basic formulations and applications, Advances in Engineering Software 42 (4) pp. 197-207 (2011)

16.3. J. Fish and S. Markolefas, "Adaptive s-method for linear Elastostatics", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 104 (1993) 363-396

(18 αναφορές)

16.3.1. Ben Dhia H, Rateau G, The Arlequin method as a flexible engineering design tool, INT J NUMER METH ENG 62 (11): 1442-1462 MAR 21 2005

16.3.2. Oller S, Canet JM, Zalamea F, Composite material behavior using a, homogenization double scale method, J ENG MECH-ASCE 131 (1): 65-79 JAN 2005

16.3.3. Krause R, Rank E, Multiscale computations with a combination of the h- and p-versions of the finite-element method, COMPUT METHOD APPL M 192 (35-36): 3959-3983 2003

16.3.4. Nakasumi S, Suzuki K, Fujii D, et al., Mixed analysis of shell and solid elements using the overlaying mesh method, J MAR SCI TECHNOL 7 (4): 180-188 2003

16.3.5. Noor AK, Computational structures technology: leap frogging into the twenty-first century, COMPUT STRUCT 73 (1-5): 1-31 OCT-DEC 1999

16.3.6. Rashid MM, The arbitrary local mesh replacement method: An alternative to remeshing for crack propagation analysis, COMPUT METHOD APPL M 154 (1-2): 133-150 FEB 1 1998

16.3.7. Rashid MM, A computational procedure for simulation of crack advance in arbitrary two-dimensional domains, COMPUT MECH 20 (1-2): 133-138 JUL 1997

16.3.8. Robbins DH, Reddy JN, An efficient computational model for the stress analysis of smart plate structures, SMART MATER STRUCT 5 (3): 353-360 JUN 1996

16.3.9. Robbins DH, Reddy JN, Variable kinematic modelling of laminated composite plates, INT J NUMER METH ENG 39 (13): 2283-2317 JUL 15 1996

16.3.10. Duster A, Niggel A, Rank E, Applying the hp-d version of the FEM to locally enhance dimensionally reduced models, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING 196 (37-40): 3524-3533 2007

16.3.11. Hu, H., Belouettar, S., et. al., Multi-scale modelling of sandwich structures using the Arlequin method Part I: Linear modelling, Finite Elements in Analysis and Design, Volume: 45 Issue: 1 Pages: 37-51, 2008

16.3.12. Nakasumi, S., Suzuki, K., Ohtsubo, H., Crack Growth analysis using mesh superposition technique and X-FEM, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING Volume: 75 Issue: 3 Pages: 291-304, 2008

16.3.13. Maitireyimu, M., Kikuchi, M., Geni, M., Multi-scale strength evaluations of SiC particle reinforced aluminium alloy by using FEM superposition method, Advanced Materials Research 33-37 PART 2, Pages: 731-736, 2008

16.3.14. Hu, C., Ghosh, S., Locally enhanced Voronoi cell finite element model (LE-VCFEM) for simulating fracture in ductile microstructures containing inclusions, INT J NUMER METH ENG 76(12): 1955-1992 DEC 17 2008

16.3.15. Hu, H., Belouettar, S., Potier-Ferry, M., Daya, E.M., Multi-scale modelling of sandwich structures using the Arlequin method Part I: Linear modelling, *Finite Elements in Analysis and Design* 45(1), pp. 37-51 (2008)

16.3.16. Brunssen, S., Wohlmuth, B., An overlapping domain decomposition method for the simulation of elastoplastic incremental forming processes, *INT J NUMER METH ENG* 77 (9): 1224-1246 (2009)

16.3.17. Hu, H., Belouettar, S., Potier-Ferry, M., Daya, E.M., Makradi, A., Multi-scale nonlinear modelling of sandwich structures using the Arlequin method, *Composite Structures* 92 (2), pp. 515-522 (2010)

16.3.18. Biscani, F., Giunta, G., Belouettar, S., Carrera, E., Hu, H., Variable kinematic beam elements coupled via Arlequin method, *Composite Structures* 93 (2), pp. 697-708 (2011)

**16.4. J. Fish and S. Markolefas, “Adaptive global-local refinement strategy based on the interior error estimates of the h-method”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 37 (1994) 827-838
(17 αναφορές)**

16.4.1. Haidar K, Dube JF, Pijaudier-Cabot G, Modelling crack propagation in concrete structures with a two scale approach, *INT J NUMER ANAL MET* 27 (13): 1187-1205 NOV 2003

16.4.2. Krause R, Rank E, Multiscale computations with a combination of the h- and p-versions of the finite-element method, *COMPUT METHOD APPL M* 192 (35-36): 3959-3983 2003

16.4.3. Liao XH, Nochetto RH, Local a Posteriori error estimates and adaptive control of pollution effects, *NUMER METH PART D E* 19 (4): 421-442 JUL 2003

16.4.4. Reddy JN, Mukherjee S, A practical hybrid interior error estimator for localized h-adaptive FEA, *ENG COMPUTATION* 18 (3-4): 480-514 2001

16.4.5. Rand O, A multilevel analysis of solid laminated composite beams, *INT J SOLIDS STRUCT* 38 (22-23): 4017-4043 MAY-JUN 2001

16.4.6. Cormier NG, Smallwood BS, Sinclair GB, et al., Aggressive submodelling of stress concentrations, *INT J NUMER METH ENG* 46 (6): 889-909 OCT 30 1999

16.4.7. Noor AK, Computational structures technology: leap frogging into the twenty-first century, *COMPUT STRUCT* 73 (1-5): 1-31 OCT-DEC 1999

16.4.8. Barthold FJ, Schmidt M, Stein E, Error indicators and mesh refinements for finite-element-computations of elastoplastic deformations, *COMPUT MECH* 22 (3): 225-238 SEP 1998

16.4.9. Mukherjee S, Krishnamoorthy CS, A pollution controlled hybrid interior error estimator for linear elastostatics, INT J NUMER METH ENG 43 (3): 507-532 OCT 15 1998

16.4.10. Haryadi SG, Kapania RK, Haftka RT, Global/local analysis of composite plates with cracks, COMPOS PART B-ENG 29 (3): 271-276 1998

16.4.11. Babuska I, Strouboulis T, Gangaraj SK, et al., Pollution error in the h-version of the finite element method and the local quality of the recovered derivatives, COMPUT METHOD APPL M 140 (1-2): 1-37 JAN 15 1997

16.4.12. BABUSKA I, STROUBOULIS T, UPADHYAY CS, et al., A-POSTERIORI ESTIMATION AND ADAPTIVE-CONTROL OF THE POLLUTION ERROR IN THE H-VERSION OF THE FINITE-ELEMENT METHOD, INT J NUMER METH ENG 38 (24): 4207-4235 DEC 30 1995

16.4.13. Duster A, Niggel A, Rank E, Applying the hp-d version of the FEM to locally enhance dimensionally reduced models, COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING 196 (37-40): 3524-3533 2007

16.4.14. Tsukanov I, Shapiro V, Adaptive multiresolution refinement with distance fields, INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING Volume: 72 Issue: 11 Pages: 1355-1386, DEC 10 2007

16.4.15. Hu, H., Belouettar, S., et. al., Multi-scale modelling of sandwich structures using the Arlequin method Part I: Linear modelling, Finite Elements in Analysis and Design, Volume: 45 Issue: 1 Pages: 37-51, 2008

16.4.16. Kanoute P, Boso DP, Chaboche JL, et al., Multiscale methods for Composites: A Review, ARCHIVES OF COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING Volume: 16 Issue: 1 Pages: 31-75, MAR 2009

16.4.17. Rajagopal, A., Sivakumar, S. M., Energy based adaptive strategy for plates and laminates, International Journal of Computational Methods in Engineering Science and Mechanics 10(3), pp. 209-223 (2009)

16.5. J. Fish, S. Markolefas, R. Guttal and P. Nayak, "*On adaptive multilevel superposition of finite element meshes for linear Elastostatics*", Applied Numerical Mathematics 14 (1994) 135-164

(34 αναφορές)

16.5.1. Yue Z, Robbins DH, Adaptive superposition of finite element meshes in elastodynamic problems, INT J NUMER METH ENG 63 (11): 1604-1635 JUL 21 2005

16.5.2. Okada H, Endoh S, Kikuchi M, On fracture analysis using an element overlay technique, ENG FRACT MECH 72 (5): 773-789 MAR 2005

16.5.3. Okada H, Liu CT, Ninomiya T, et al., Analysis of particulate composite materials using an element overlay technique, CMES-COMP MODEL ENG 6 (4): 333-347 OCT 2004

- 16.5.4. Nakasumi S, Suzuki K, Fujii D, et al., Mixed analysis of shell and solid elements using the overlaying mesh method, *J MAR SCI TECHNOL* 7 (4): 180-188 2003
- 16.5.5. Takano N, Zako M, Okuno Y, Multi-scale finite element analysis of porous materials and components by asymptotic homogenization theory and enhanced mesh superposition method, *MODEL SIMUL MATER SC* 11 (2): 137-156 MAR 2003
- 16.5.6. Takano N, Zako M, Okazaki T, Efficient modeling of microscopic heterogeneity and local crack in composite materials by finite element mesh superposition method, *JSME INT J A-SOLID M* 44 (4): 602-609 OCT 2001
- 16.5.7. Takano N, Zako M, Ishizono M, Multi-scale computational method for elastic bodies with global and local heterogeneity, *J COMPUT-AIDED MATER* 7 (2): 111-132 2000
- 16.5.8. Takano N, Uetsuji Y, Kashiwagi Y, et al., Hierarchical modelling of textile composite materials and structures by the homogenization method, *MODEL SIMUL MATER SC* 7 (2): 207-231 MAR 1999
- 16.5.9. Jouglaud CE, Coutinho ALGA, A comparison of iterative multi-level finite element solvers, *COMPUT STRUCT* 69 (5): 655-670 DEC 1998
- 16.5.10 SHEPHARD MS, WENTORF R, TOWARD THE IMPLEMENTATION OF AUTOMATED-ANALYSIS IDEALIZATION CONTROL, *APPL NUMER MATH* 14 (1-3): 105-124 APR 1994
- 16.5.11. Loehnert S, Belytschko T, A multiscale projection method for macro/microcrack simulations, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING* 71 (12): 1466-1482 SEP 17 2007
- 16.5.12. Tanaka S, Okada H, Watanabe Y, et al., Applications of s-FEM to the problems of composite materials with initial strain-like terms, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR MULTISCALE COMPUTATIONAL ENGINEERING* 4 (4): 411-428 2006
- 16.5.13 Wang SY, Wang MY, A moving superimposed finite element method for structural topology optimization, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING* 65 (11): 1892-1922 MAR 12 2006
- 16.5.14. Kawagai M, Sando A, Takano N, Image-based multi-scale modelling strategy for complex and heterogeneous porous microstructures by mesh superposition method, *MODELLING AND SIMULATION IN MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING* 14 (1): 53-69 JAN 2006
- 16.5.15. Tsukanov I, Shapiro V, Adaptive multiresolution refinement with distance fields, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING* Volume: 72 Issue: 11 Pages: 1355-1386, DEC 10 2007
- 16.5.16. Yue Z, Robbins DH, Adaptive superposition of the finite element meshes in non-linear transient solid mechanics problems, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR*

16.5.17. Kawagai, M., Takano, N., et. al., Multi-scale stress analysis of trabecular bone considering trabeculae morphology and biological apatite crystallite orientation, *Zairyo/Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Volume: 55 Issue: 9 Pages: 874-880, 2006

16.5.18. Nakai, H., Tomioka, H., et. al., A proposal of calculation method for equivalent property of composite materials, *Key Engineering Materials*, 334-335 I, Pages: 241-244, 2007

16.5.19. Nakasumi, S., Suzuki, K., Ohtsubo, H., Crack Growth analysis using mesh superposition technique and X-FEM, *INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING* Volume: 75 Issue: 3 Pages: 291-304, 2008

16.5.20. Kikuchi, M., Wada, Y., Takahashi, M., Li, Y., Fatigue crack growth simulation using S-version FEM, *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP 1*, pp. 251-257 (2008)

16.5.21. Huang, Q., Xie, W., Finite element superposition mesh method and application for three-dimensional elastic fracture analysis, *Jixie Qiangdu/Journal of Mechanical Strength* 31 (1) pp. 104-107 (2009)

16.5.22. Huang, Q., Xie, W., Superposition finite element mesh method (s-FEM) and its application to two identical coplanar three-dimensional surface cracks, *Xibei Gongye Daxue Xuebao/Journal of Northwestern Polytechnical University* 27 (1) pp. 105-109 (2009)

16.5.23. Kikuchi, M., Wada, Y., Utsunomiya, A., Suyama, H., Fatigue crack growth simulation using s-version of FEM (3rd report, fatigue of 3D surface crack), *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, A Hen/ Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part A* 75 (755), pp. 918-924 (2009)

16.5.24. Kikuchi, M., Wada, Y., Shimizu, Y., Suyama, H., Crack growth analysis in weld-heat affected zone using S-Version FEM, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, A Hen/ Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part A* 75 (758), pp. 1381-1386 (2009)

16.5.25. Kikuchi, M., Wada, Y., Li, Y., Evaluation of interaction effect of two surface cracks by fatigue, *Key Engineering Materials* 417-418 pp. 97-100 (2010)

16.5.26. Suzuki, H., Matsubara, H., Ezawa, Y., Yagawa, G., Development of three-dimensional enriched free mesh method and its application to crack analysis, *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, A Hen/ Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part A* 76 (763), pp. 296-302 (2010)

16.5.27. Kamaya, M., Kikuchi, M., Miyokawa, E., Growth behaviour of two interacting surface cracks of dissimilar size, *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP 1*, pp. 229-233 (2010)

16.5.28. Kikuchi, M., Wada, Y., Suyama, H., Li, Y., Interaction effect analysis of two surface cracks using S-version FEM, *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP 1*, pp. 181-186 (2010)

16.5.29. Suzuki, H., Matsubara, H., Ezawa, Y., Yagawa, G., Evaluation of three-dimensional enriched free mesh method and its application to a dynamic elastic problem, *Theoretical and Applied Mechanics Japan* 58, pp. 301-308 (2010)

16.5.30. Kamaya, M., Miyokawa, E., Kikuchi, M., Growth prediction of two interacting surface cracks of dissimilar sizes, *Engineering Fracture Mechanics* 77 (16), pp. 3120-3131 (2010)

16.5.31. Kikuchi, M., Wada, Y., Suga, K., Ohdama, C., Effect of KIII on fatigue crack growth behaviour (factory roof and fatigue crack growth rate), *Nihon Kikai Gakkai Ronbunshu, A Hen/ Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part A* 76 (772), pp. 1674-1680 (2010)

16.5.32. Angioni, S.L., Visrolia, A., Meo, M., A hierarchical multiple plate models theory for laminated composites including delamination and geometrical nonlinear effects, *Composite Structures* 93 (2), pp. 780-791 (2011)

16.5.33. Kikuchi, M., Wada, Y., Shimizu, Y., Li, Y., Numerical simulation of stress corrosion cracking in a pipe using s-version FEM, *Key Engineering Materials*, 452-453, pp. 577-580 (2011)

16.5.34. Kikuchi, M., Wada, Y., Shimizu, Y., Li, Y., Stress corrosion cracking analysis under thermal residual stress field using S-FEM, *Key Engineering Materials*, 462-463, pp. 431-436 (2011)

**16.6. G. Tsamasphyros and S. Markolefas, “An estimate of the Babuska-Brezzi inf-sup discrete stability constant for general linear Petrov-Galerkin finite element formulations”, *Applied Mathematics and Computation* 144 (2003) 107-116
(1 αναφορά)**

16.6.1. E. Amanatidou, A. Giannakopoulos, N. Aravas, Finite element models of strain-gradient elasticity: Accuracy and error estimates, 5th GRACM, 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol, Cyprus, June 29 – July 1 (2005) 797-804

**16.7. S. I. Markolefas, D.A. Tsouvalas, G.I. Tsamasphyros “Theoretical analysis of a class of mixed, C^0 continuity formulations for general dipolar Gradient Elasticity boundary value problems”, *International Journal of Solids and Structures* 44 (2007) 546-572
(4 αναφορές)**

16.7.1 Karlis GF, Tsinopoulos SV, Polyzos D, et al., Boundary element analysis of mode I and mixed mode (I and II) crack problems of 2-D gradient elasticity, *COMPUTER METHODS IN APPLIED MECHANICS AND ENGINEERING* 196 (49-52): 5092-5103 2007

16.7.2 Karlis GF, Tsinopoulos SV, Polyzos D, et al., 2D and 3D boundary element analysis of mode-I cracks in gradient elasticity, *CMES - COMPUTER MODELING IN ENGINEERING AND SCIENCES* 26(3) : 189-207 (2008)

16.7.3 Papacharalampopoulos, A., Karlis G.F., Charalambopoulos, A., Polyzos D, BEM solutions for 2D and 3D dynamic problems in Mindlin's strain gradient theory of elasticity, CMES - COMPUTER MODELING IN ENGINEERING AND SCIENCES 58(1): 45-73 (2010)

16.7.4 Karlis G.F., Charalambopoulos, A., Polyzos D, An advanced boundary element method for solving 2D and 3D static problems in Mindlin's strain-gradient theory of elasticity, International Journal for Numerical Methods in Engineering 83 (11), pp. 1407-1427 (2010)

16.8. S. Markolefas, "Standard Galerkin formulation with high order Lagrange finite elements for Option Markets pricing", Applied Mathematics and Computation 195 (2008) 707-720

(1 αναφορά)

16.8.1 Alawneh, A., Al-Khaled, K. , Numerical treatment of stochastic models used in statistical systems and financial markets, COMPUTERS AND MATHEMATICS WITH APPLICATIONS 56 (10), 2008: 2724-2732

16.9. G.I. Tsamasphyros, S. Markolefas, D.A. Tsouvalas, "Convergence and performance of the h- and p- extensions with mixed finite element C^0 -continuity formulations for tension and buckling of a gradient elastic beam", International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 5056-5074

(2 αναφορές)

16.9.1 Gourgiotis, P.A., Georgiadis, H.G., Plain strain crack problems in microstructured solids governed by dipolar gradient elasticity, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 57 (11), pp. 1898-1920 (2009)

16.9.2 Gourgiotis, P.A., Sifnaiou, M.D., Georgiadis, H.G., The problem of sharp notch in microstructured solids governed by dipolar gradient elasticity, International Journal of Fracture 166 (1-2), pp. 179-201 (2010)

16.10. S.I., Markolefas, D.A., Tsouvalas, G.I., Tsamasphyros, "Some C^0 -continuous mixed formulations for general dipolar linear gradient elasticity boundary value problems and the associated energy theorems ", International Journal of Solids and Structures 45 (2008) 3255-3281

(3 αναφορές)

16.10.1 Li, L., Zhou, Y.-Y., Xie, S.-S., He, R., Study on meshless method for strain gradient deformation theory, Suxing Gongcheng Xuebao/Journal of Plasticity Engineering 16 (4), pp. 152-156 (2009)

16.10.2 Li, L., Zhou, Y.-Y., Xie, He, R., S.-S., Study on the radial point interpolation meshless method for couple stress theory, Gongcheng Lixue/Engineering Mechanics 27 (6), pp. 45-50 (2010)

16.10.3 Gourgiotis, P.A., Sifnaiou, M.D., Georgiadis, H.G., The problem of sharp notch in microstructured solids governed by dipolar gradient elasticity, *International Journal of Fracture* 166 (1-2), pp. 179-201 (2010)

16.11. S.I., Markolefas, D.A., Tsouvalas, G.I., Tsamasphyros, “Mixed finite element formulation for the general anti-plane shear problem, including mode III crack computations, in the framework of dipolar linear gradient elasticity”, *Computational Mechanics* 43 (2009) 715-730

(2 αναφορές)

16.11.1 Papacharalampopoulos, A., Karlis G.F., Charalambopoulos, A., Polyzos D, BEM solutions for 2D and 3D dynamic problems in Mindlin’s strain gradient theory of elasticity, *CMES - COMPUTER MODELING IN ENGINEERING AND SCIENCES* 58(1): 45-73 (2010)

16.11.2 Karlis G.F., Charalambopoulos, A., Polyzos D, An advanced boundary element method for solving 2D and 3D static problems in Mindlin’s strain-gradient theory of elasticity, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 83 (11), pp. 1407-1427 (2010)

β) Εργασίες σε πρακτικά Συνεδρίων

16.8. G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas and D. A. Tsouvalas, "Convergence analysis and comparison of the h - and p - extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for some types of one dimensional biharmonic equations", proceedings of the 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol, Cyprus, June 29 – July 1 (2005) 853-860

(2 αναφορές)

16.8.1. H.G. Georgiadis, C.G. Grentzelou, Energy theorems and the J-Integral in dipolar gradient elasticity, *International Journal of Solids and Structures* 43 (2006) 5690-5712

16.8.2. Georgiadis H.G, Anagnostou D.S, Problems of the Flamant-Boussinesq and Kelvin type in dipolar gradient elasticity, *Journal of Elasticity* 90(1) pp. 71-98, 2008

γ) Σημειώσεις:

Σύνολο αναφορών: 108

Οι δημοσιεύσεις **16.1 – 16.7** παρατίθενται στον οργανισμό **ISI (Web of Science)**.

Οι δημοσιεύσεις **16.3 – 16.7** παρατίθενται στον οργανισμό **Zentralblatt MATH**.

Οι δημοσιεύσεις **16.4 – 16.7** παρατίθενται στον οργανισμό **American Mathematical Society (MathSciNet)**.

17. ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΑΝΑ ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΕΡΕΥΝΑΣ

17.1 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ, ΜΙΚΤΕΣ ΔΙΑΤΥΠΩΣΕΙΣ, ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ (ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΤΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΣΟΥ)

17.1.1 Διατριβές:

17.1.1.α) Μαθηματική ανάλυση, εκτίμηση σφάλματος, εκτίμηση μόλυνσης και προσαρμοστικές τεχνικές στις μεθόδους $-h$ και $-p$ των Πεπερασμένων Στοιχείων για γενικά ελλειπτικά προβλήματα

Διδακτορική Διατριβή, Τομέας Μηχανικής, ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ (Απρίλιος 2004),
Επιβλέπων Καθηγητής: Γεώργιος Τσαμασφύρος

Ο σκοπός της Διδακτορικής Διατριβής είναι κυρίως η ανάπτυξη μεθόδων εκτίμησης του φαινομένου της μόλυνσης (ή διαταραχής) των προσεγγιστικών λύσεων *Galerkin* (ή *Petrov-Galerkin*), τόσο σε θεωρητικό επίπεδο (εκ των προτέρων), όσο και σε υπολογιστικό επίπεδο (εκ των υστέρων). Ως μόλυνση ορίζεται η διαφορά της λύσης *Galerkin* και της βέλτιστης προσέγγισης που μπορεί να προσφέρει το δεδομένο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, γίνεται ενδελεχής μαθηματική ανάλυση των γενικότερων μεθόδων τύπου *Petrov-Galerkin*, σε συνδυασμό με τις γενικές συνθήκες *Babuška-Brezzi (BB)*, ή συνθήκες *inf-sup* (συνεχείς και διακριτές). Τέλος, αναλύονται σε βάθος οι προσαρμοστικές τεχνικές με βάση την ισοκατανομή του σφάλματος και αναπτύσσεται μια απλή γενική-τοπική προσαρμοστική τεχνική με βάση τους προσεγγιστικούς δείκτες μόλυνσης, οι οποίοι στηρίζονται στην εκ των υστέρων εκτίμηση της μόλυνσης. Τα αριθμητικά παραδείγματα βασίζονται στον κώδικα των Πεπερασμένων Στοιχείων (στοιχεία τύπου $-p$ με βάση τα πολυώνυμα *Legendre*, σε 1-D και 2-D), που αναπτύχθηκε για τους σκοπούς της εργασίας και αναφέρονται σε περιπτώσεις γενικών ελλειπτικών προβλημάτων με υψηλή μόλυνση.

Κλασικά παραδείγματα (τα οποία αναλύονται στη παρούσα εργασία) είναι η (στατική) κυματική εξίσωση *Helmholtz* (ομοιόμορφη μόλυνση), η εξίσωση μεταφοράς-διάχυσης και η εξίσωση αξονικού εφελκυσμού ράβδου με κατανεμημένο ελατήριο (ταλαντώσεις της προσεγγιστικής λύσης γύρω από τα οριακά στρώματα).

Εκ των αριθμητικών αποτελεσμάτων προκύπτει ότι το φαινόμενο της μόλυνσης παίζει καταλυτικό ρόλο στην ακρίβεια των κλασικών μεθόδων *Galerkin* και στην αξιοπιστία της εκ των υστέρων εκτίμησης σφάλματος. Επίσης, οι προσεγγιστικοί δείκτες μόλυνσης συγκλίνουν στο μηδέν, καθώς οι δείκτες αποτελεσματικότητας πλησιάζουν τη μονάδα. Ως εκ τούτου, οι προσεγγιστικοί δείκτες μόλυνσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επαλήθευση της ακρίβειας των εκτιμητών σφάλματος. Σε ορισμένα προβλήματα οριακών στρωμάτων, με υψηλή μόλυνση, γίνεται χρήση των δεικτών μόλυνσης προς διόρθωση της πορείας της προσαρμοστικής διαδικασίας και βελτίωσης των τελικών αποτελεσμάτων. Επίσης, σε προβλήματα όπως η κυματική εξίσωση, όπου οι κλασικές προσαρμοστικές τεχνικές αποτυγχάνουν, η κατανομή των δεικτών μόλυνσης, σε συνδυασμό με την εκτίμηση σφάλματος, υποδεικνύουν μεθόδους βελτίωσης της υπάρχουσας λύσης *Galerkin* (συνήθως, μέσω ομοιόμορφης ή επιλεκτικής αύξησης της πολυωνυμικής τάξης των συναρτήσεων σχήματος).

17.1.1.β) Μαθηματική ανάλυση των *a priori* ρυθμών σύγκλισης της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων (h - και p - μέθοδοι) για γραμμικά ελλειπτικά προβλήματα

Μεταπτυχιακή Εργασία στα πλαίσια απόκτησης του *Διπλώματος Ειδίκευσης Υπολογιστικής Μηχανικής* (Δ.Π.Μ.Σ., ΕΜΠ, Δεκέμβριος 1999), Επιβλέπων Καθηγητής: Γεώργιος Τσαμασφύρος

Ο βασικός σκοπός της εργασίας είναι η παρουσίαση και ανάλυση του Μαθηματικού υποβάθρου της κλασικής μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων, όπως αυτή εφαρμόζεται σε γραμμικά ελλειπτικά προβλήματα. Τα αποτελέσματα που ενδιαφέρουν είναι οι *a priori* ρυθμοί σύγκλισης σε διάφορες *ολοκληρωτικές* (Sobolev) ή *σημειακές στάθμες* (νόρμες). Η παρουσίαση γίνεται παράλληλα για τις μεθόδους *h*- (πύκνωση του πλέγματος, υπό σταθερό πολυωνυμικό βαθμό) και *p*- (αύξηση της πολυωνυμικής τάξης των στοιχείων, διατηρώντας σταθερή την γεωμετρία του πλέγματος).

Οι θεωρητικοί ρυθμοί σύγκλισης επαληθεύονται με συγκεκριμένα αριθμητικά παραδείγματα (κυρίως σε 1-D προβλήματα, με γνωστές ακριβείς λύσεις, βλ. Παράρτ. VI). Επίσης, εξετάζονται οι ρυθμοί σύγκλισης της μεθόδου *p*- για δύο(2) προβλήματα 2-D θεωρίας Ελαστικότητας (L-shape Domain και Crack Problem).

Υπενθυμίζεται ότι *a priori* (εκ των προτέρων) ρυθμός σύγκλισης της μεθόδου (*h*-, *p*- ή *hp*-), καλείται ο *ασυμπτωτικός ρυθμός* με τον οποίο συγκλίνει το θεωρητικό σφάλμα, ως προς κάποια από τις αναφερθείσες στάθμες, σε σχέση με τον αριθμό των βαθμών ελευθερίας. Η έκφραση που φράσσει το σφάλμα είναι μια συνάρτηση της παραμέτρου της μεθόδου (πολυωνυμικός βαθμός *p*, για την μέθοδο *p*-, και χαρακτηριστική διάσταση στοιχείου *h* του πλέγματος, για την μέθοδο *h*-), και της *κανονικότητας της ακριβούς λύσης*. Συγκεκριμένα, το σφάλμα φράσσεται από την ακριβή λύση, εκπεφρασμένη σε κάποια στάθμη Sobolev. Αυτός είναι ο λόγος που η *a priori* εκτίμηση σφάλματος δεν χρησιμεύει σε ποσοτικούς υπολογισμούς, αφού η ακριβής λύση του προβλήματος είναι άγνωστη. Οι μαθηματικοί τύποι όμως των *a priori* εκτιμήσεων, σε συνδυασμό με τον *a posteriori* (εκ των υστέρων) υπολογισμό του σφάλματος, χρησιμοποιούνται ευρέως στις *προσαρμοστικές τεχνικές*.

17.1.1.γ) Adaptive Superposition method for Linear Elasticity problems

Μεταπτυχιακή Εργασία στα πλαίσια του *Μάστερ Επιστημών (Master of Science)*, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, 1992, Επιβλέπων Καθηγητής: Jacob Fish

Αναπτύσσεται μια καινούργια τεχνική Πεπερασμένων στοιχείων όπου η ακρίβεια της λύσης Galerkin αυξάνει με *ιεραχική υπέρθεση* πλεγμάτων πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης, γίνεται χρήση υψηλοβάθμιων ιεραρχικών πολυωνυμικών συναρτήσεων σχήματος για κάθε πλέγμα (μέθοδος *p*-). Η βασική διαφορά από παρόμοιες τεχνικές υπέρθεσης είναι ότι οι γεωμετρίες των πλεγμάτων είναι τοπολογικά ανεξάρτητες.

Το πρώτο βήμα της ανάλυσης στηρίζεται στο λεγόμενο *γενικό πλέγμα (Global mesh)* που χρησιμεύει στην αποτύπωση της γενικής γεωμετρίας του προβλήματος και των γενικών χαρακτηριστικών της ακριβούς λύσης. Η ιεραρχική υπέρθεση των υπολοίπων πλεγμάτων γίνεται *προσαρμοστικά*, σε τοπικό επίπεδο (τοπικά πλέγματα – Local meshes), με βάση την *εκ των υστέρων εκτίμηση σφάλματος*. Οι εκτιμητές σφάλματος είναι τύπου *εσωτερικών υπολοίπων* (internal residual estimators), ενώ η κατασκευή των τοπικών πλεγμάτων στηρίζεται στη κατανομή της *πυκνότητας του εκτιμώμενου σφάλματος* (error density distribution). Επίσης, γίνεται χρήση *επιλεκτικής αύξησης* του πολυωνυμικού βαθμού των συναρτήσεων σχήματος, για τη βελτίωση της απόδοσης της λύσης Galerkin. Η επιλεκτική αύξηση στηρίζεται σε δείκτες σφάλματος ανά βαθμό ελευθερίας.

Τέλος, γίνεται αριθμητική επαλήθευση της μεθόδου της υπέρθεσης πλεγμάτων στο πεδίο της *ισοτροπικής και ανισοτροπικής ελαστικότητας* (σύνθετα υλικά). Είναι αξιοσημείωτη η ακρίβεια και αποδοτικότητα της μεθόδου στα *στρωματοποιημένα σύνθετα υλικά* (laminated

composites), όπου τα πεπ. στοιχεία του γενικού πλέγματος περιέχουν πολλά στρώματα (ασυνέχειες υλικού), ενώ τα τοπικά πλέγματα τοποθετούνται (ανά στρώμα) μόνο στις περιοχές υψηλών βαθμίδων της ακριβούς λύσης (άρα και υψηλών σφαλμάτων προσέγγισης), όπως στα ελεύθερα άκρα και στις περιοχές γωνιών ή(και) ρωγμών.

17.1.2) Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές:

17.1.2.α) J. Fish and S. Markolefas, "The s-version of the finite element method for multilayer laminates", International Journal for Numerical Methods in Engineering 33(5) (1992) 1081-1105

Γίνεται χρήση της μεθόδου υπερθέσεως πλεγμάτων (*mesh superposition method - s-method*) για τον υπολογισμό των τασικών πεδίων σε στρωματοποιημένα σύνθετα υλικά. Το γενικό πλέγμα (global mesh) αποτελείται από λίγα (γενικά – global) στοιχεία τα οποία περιέχουν πολλά στρώματα (ασυνέχειες υλικών). Προσομοιώνεται έτσι η μακροσκοπική συμπεριφορά του σύνθετου υλικού (ως στρωματοποιημένη πλάκα). Υπό την οπτική γωνία της θεωρίας πλακών, το πεδίο μετατοπίσεων που αντιστοιχεί στο γενικό πλέγμα είναι αντίστοιχο με τα πεδία μετατοπίσεων των θεωριών πλακών υψηλότερης τάξης (το γενικό πεδίο μετατοπίσεων είναι *λείο* κατά το πάχος και οι ασυνέχειες των παραμορφώσεων ανάμεσα στα στρώματα αγνοούνται).

Τα τοπικά φαινόμενα (π.χ. συγκεντρώσεις τάσεων ανάμεσα στα στρώματα στα ελεύθερα άκρα ή σε περιοχές ρωγμών) προσεγγίζονται με την υπέρθεση *τοπικών πλεγμάτων*, όπου κάθε (τοπικό) στοιχείο αντιστοιχεί σε ένα μόνο στρώμα του συνθέτου υλικού. Ως εκ τούτου, προσεγγίζονται οι πραγματικές ασυνέχειες στο πεδίο των παραμορφώσεων, οι οποίες παίζουν ρόλο μόνο στις περιοχές αυτές.

Εκτεταμένα αριθμητικά παραδείγματα σε προβλήματα *αξονικού εφελκυσμού και κυλινδρικής κάμψης* στρωματοποιημένων συνθέτων υλικών (όπου υπάρχουν λύσεις σε κλειστή μορφή στη βιβλιογραφία) επαληθεύουν την ακρίβεια και αποδοτικότητα της μεθόδου.

17.1.2.β) J. Fish and S. Markolefas, "Adaptive s-method for linear Elastostatics", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 104 (1993) 363-396

Παρουσιάζεται η *προσαρμοστική* μέθοδος της *υπερθέσεως πλεγμάτων* στην πλήρη μορφή της και εφαρμόζεται σε προβλήματα γραμμικής Ελαστικότητας. Συγκεκριμένα, με δεδομένη τη γεωμετρία του προβλήματος κατασκευάζεται το γενικό πλέγμα (global mesh). Στη συνέχεια εκτελείται επίλυση και *εκ των υστέρων* εκτίμηση σφάλματος, με βάση την οποία κατασκευάζονται τα τοπικά πλέγματα, όπου αυτά απαιτούνται. Ταυτόχρονα, αυξάνεται *επιλεκτικά* ο πολυωνυμικός βαθμός, με βάση τους δείκτες σφάλματος ανά βαθμό ελευθερίας (μέθοδος *p*-). Η διαδικασία *επίλυση - εκτίμηση σφάλματος - κατασκευή τοπικών πλεγμάτων - αύξηση πολυωνυμικού βαθμού* επαναλαμβάνεται μέχρι την επίτευξη του επιθυμητού επιπέδου γενικού ή(και) τοπικού σφάλματος (σύμφωνα με δεδομένα κριτήρια).

Τα αριθμητικά παραδείγματα περιλαμβάνουν προβλήματα ρωγμών, πεδία ορισμού με εσωτερικές γωνίες και στρωματοποιημένα σύνθετα υλικά.

17.1.2.γ) J. Fish and S. Markolefas, "Adaptive global-local refinement strategy based on the interior error estimates of the h-method", International Journal for Numerical Methods in Engineering 37 (1994) 827-838

Αναπτύσσεται μια γενική-τοπική προσαρμοστική τεχνική με βάση τις εσωτερικές εκτιμήσεις σφάλματος της μεθόδου h - των πεπερασμένων στοιχείων. Ο βασικός σκοπός είναι η επίτευξη (δεδομένου) επιθυμητού σφάλματος στόχου, εντός δεδομένης τοπικής περιοχής, χωρίς υπερβολική πύκνωση γενικά στο πεδίο ορισμού. Οι κλασσικές γενικές προσαρμοστικές τεχνικές (που συνήθως βασίζονται στην *ισοκατανομή του σφάλματος* σε όλο το πεδίο ορισμού) δίνουν μεγάλη πύκνωση κοντά σε ιδιομορφίες (γωνίες, αλλαγές υλικών, ρωγμές, σημειακά φορτία, απότομες αλλαγές φορτίων κ.λ.π). Όταν όμως η τοπική περιοχή ενδιαφέροντος είναι μακριά από τέτοιες ιδιομορφίες, οι γενικές προσαρμοστικές τεχνικές δεν δίνουν το βέλτιστο πλέγμα για την μείωση του σφάλματος στην εν λόγω τοπική περιοχή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, το λεγόμενο σφάλμα μόλυνσης (*pollution error*), το οποίο επηρεάζει την τοπική περιοχή και οφείλεται στην γενική συμπεριφορά της λύσης (π.χ. λόγω των ιδιομορφιών), μειώνεται γρήγορα με ασθενέστερη πύκνωση γύρω από τις ιδιομορφίες, συγκριτικά με τη πύκνωση που απαιτούν οι γενικές προσαρμοστικές τεχνικές. Η παρούσα γενική-τοπική μεθοδολογία προτείνει μια τέτοια ασθενέστερη γενική πύκνωση, σε συνδυασμό με την αναγκαία τοπική πύκνωση εντός της τοπικής περιοχής ενδιαφέροντος.

Τα αριθμητικά παραδείγματα σε προβλήματα δισδιάστατης Ελαστικότητας (προβλήματα ρωγμών και πεδίων ορισμού με εσωτερικές γωνίες), καθώς και οι συγκρίσεις με κλασσικές γενικές προσαρμοστικές τεχνικές επαληθεύουν την αξιοπιστία και αποδοτικότητα της μεθόδου.

17.1.2.δ) J. Fish, S. Markolefas, R. Guttal and P. Nayak, "On adaptive multilevel superposition of finite element meshes for linear Elastostatics", Applied Numerical Mathematics 14 (1994) 135-164

Γίνεται χρήση της ιεραρχικής μεθόδου υπερθέσεως πλεγμάτων για διάφορα προβλήματα δισδιάστατης Ελαστικότητας. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη *επαναληπτικών μεθόδων* επίλυσης, οι οποίες εκμεταλλεύονται την ιεραρχικότητα της δεδομένης προσεγγιστικής τεχνικής (π.χ., μέθοδος conjugate gradient με ιεραρχικό block preconditioner και μέθοδος πολλαπλών πλεγμάτων (multi-grid)). Επίσης, περιγράφονται μέθοδοι αύξησης της αποδοτικότητας της ιεραρχικής μεθόδου υπερθέσεως, μέσω προκαταρκτικών υπολογισμών (π.χ., pre-computed arrays).

Τέλος, αναπτύσσεται μέθοδος προσέγγισης ασυνεχών πεδίων (π.χ. τασικών πεδίων σε περιοχές ρωγμών) με υπέρθεση κατάλληλων τοπικών πλεγμάτων με διπλούς κόμβους. Η υπέρθεση γίνεται εντός γενικού πλέγματος το οποίο αγνοεί την ύπαρξη της ρωγμής. Αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο σε μοντέλα μετάδοσης ρωγμών. Ο σχεδιασμός των πλεγμάτων γίνεται προσαρμοστικά με βάση *εκ των υστέρων εκτίμηση* σφάλματος.

17.1.2.ε) G. Tsamasphyros and S. Markolefas, "An estimate of the Babuska-Brezzi inf-sup discrete stability constant for general linear Petrov-Galerkin finite element formulations", Applied Mathematics and Computation 144 (2003) 107-116

Εξάγεται μια εκτίμηση (κάτω φράγμα) της διακριτής σταθεράς *Babuska- Brezzi* (σταθερά *BB* ή σταθερά *inf-sup*) για γενικές γραμμικές διατυπώσεις *Petrov-Galerkin* πεπερασμένων στοιχείων. Η (διακριτή) συνθήκη *Babuska- Brezzi* (δηλ. ότι, η *διακριτή σταθερά BB* φράσσεται (κάτω) ανεξάρτητα της πύκνωσης), αποτελεί *ικανή συνθήκη* (αλλά όχι αναγκαία!) για την *ευστάθεια* και τη *σχεδόν βέλτιστη προσεγγιστικότητα* (quasi-optimality) της δεδομένης μεθόδου προσέγγισης.

Η προτεινόμενη μέθοδος εκτίμησης στηρίζεται στο *δυσικό πρόβλημα* της διατύπωσης και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη αριθμητικής εκτίμησης του κάτω φράγματος της σταθεράς BB , για δεδομένο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων, υπό την προϋπόθεση ότι οι συναρτήσεις βάσης είναι σχεδόν ορθογώνιες σε σχέση με το εσωτερικό γινόμενο του χώρου λύσεων (πρακτικά, αυτό ισχύει για τις κλασσικές συναρτήσεις βάσης και για τις ιεραρχικές πολυωνυμικές συναρτήσεις που βασίζονται στα πολυώνυμα Legendre ή σε πολυώνυμα με την ιδιότητα της (σχεδόν) ορθογωνιότητας).

17.1.2.στ) G. Tsamasphyros and S. Markolefas, “Integration pointwise pollution error estimates in the finite element method in one dimension”, Applied Numerical Mathematics 51 (2004) 345-360

Εξάγεται εκ των προτέρων εκτίμηση σφάλματος για το *σημειακό σφάλμα μόλυνσης* λόγω της προσεγγιστικής ολοκλήρωσης (pointwise integration pollution effect). Επίσης, δίνεται μια γενική εκτίμηση του σφάλματος μόλυνσης λόγω μη ακριβούς ολοκλήρωσης ως προς τη νόρμα H^1 , για διατυπώσεις πεπερασμένων στοιχείων που ικανοποιούν τη γενική διακριτή συνθήκη BB (Babuska- Brezzi), γενικεύοντας αντίστοιχες εκτιμήσεις της βιβλιογραφίας που αναφέρονται σε θετικά ορισμένα προβλήματα (σημειώνεται ότι, για θετικά ορισμένα προβλήματα, η διακριτή συνθήκη BB προκύπτει αυτόματα από την ανισότητα ελλειπτικότητας - πιεστικότητας). Η τελευταία εκτίμηση ισχύει και για πολυδιάστατα προβλήματα.

Σημειώνεται ότι, ποσοτικά, ως *μόλυνση* λόγω μη ακριβούς ολοκλήρωσης, νοείται η διαφορά ανάμεσα στην ακριβή (προσεγγιστική) λύση Galerkin και στην λύση Galerkin που περιέχει το σφάλμα της ολοκλήρωσης. Η διαφορά μετράται σε κάποια κατάλληλη νόρμα (στάθμη), π.χ. νόρμα H^1 ή σημειακή νόρμα (νόρμα sup, ή νόρμα απείρου).

Στα αριθμητικά αποτελέσματα εξετάζεται αρχικά η επίδραση της μη ακριβούς ολοκλήρωσης του ιδιόμορφου διανύσματος φόρτισης σε ένα κλασσικό παράδειγμα της βιβλιογραφίας και γίνεται συσχέτιση με την θεωρητική ανάλυση της παρούσης εργασίας. Επίσης εξετάζεται η επίδραση της μη ακριβούς ολοκλήρωσης στους *παρατηρούμενους ρυθμούς σύγκλισης* των κλασσικών μεθόδων h - και p -.

Τέλος, εξετάζονται δύο ακόμη αριθμητικά παραδείγματα με λεία ακριβή λύση (το ένα εξ' αυτών είναι η κυματική εξίσωση Helmholtz, όπου, υπό επαρκή πύκνωση, ισχύει η *συνθήκη BB*). Τα παραδείγματα επαληθεύουν τις θεωρητικές εκτιμήσεις σημειακού σφάλματος ολοκλήρωσης (γίνεται χρήση της κλασσικής μεθόδου ολοκλήρωσης Gauss).

17.1.2.ζ) G. Tsamasphyros and S. Markolefas, “Some a priori error estimates with respect to H^θ norms, $0 < \theta < 1$, for the h -extension of the finite element method in two dimensions”, Applied Numerical Mathematics 52 (2005) 449-458

Εκτελείται θεωρητική ανάλυση του σφάλματος των κλασσικών λύσεων Galerkin ως προς τις κλασματικές νόρμες H^θ , $0 < \theta < 1$, για τη σχεδόν ομοιόμορφη μέθοδο h - των πεπερασμένων στοιχείων σε 2-D. Με χρήση παραλλαγής της κλασσικής μεθόδου *Aubin-Nitsche*, εξάγονται βελτιωμένες εκτιμήσεις σφάλματος ως προς τις νόρμες H^θ , $0 < \theta < 1$, για προβλήματα με εσωτερικές γωνίες ή(και) ασυνέχειες υλικών.

Τονίζεται ότι, για αυτά τα προβλήματα, το σφάλμα ως προς τις νόρμες χαμηλότερης τάξης από ένα(1) (ο σύμμορφος χώρος λύσεων είναι ο H^1), συσχετίζεται άμεσα με το λεγόμενο *σφάλμα μόλυνσης* λόγω συνοριακών ιδιομορφιών (pollution effect due to boundary singularities). Επίσης, με χρήση του θεωρήματος ίχνους, το σφάλμα ως προς τη νόρμα $H^0 = L_2$, κατά μήκος του συνόρου, φράσσεται από νόρμες H^θ , $0.5 < \theta < 1$ του σφάλματος επί του

αντίστοιχου πεδίου ορισμού. Ως εκ τούτου, εκτός του καθαρά μαθηματικού ενδιαφέροντος, η δεδομένη εργασία μπορεί να φανεί χρήσιμη σε ορισμένους τομείς του πεδίου της *εκ των προτέρων* εκτίμησης σφάλματος. Η μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί και για τη μέθοδο p -

Τέλος, αναπτύσσονται ορισμένα κάτω φράγματα για το σφάλμα ως προς τις νόρμες H^θ , $0 < \theta < 1$, τα οποία έχουν καθαρά μαθηματικό ενδιαφέρον.

17.1.2.η) S. I. Markolefas, D. A. Tsouvalas, G. I. Tsamasphyros, *Theoretical analysis of a class of mixed, C^0 continuity formulations for general dipolar Gradient Elasticity boundary value problems*, International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 546-572

Αναπτύσσονται νέες μικτές διατυπώσεις για το γενικό (πολυδιάστατο) πρόβλημα διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας (διατύπωση *Mindlin-Bleustein*), το οποίο είναι γενικό πρόβλημα συνοριακών τιμών τέταρτης τάξης με πολύπλοκες συνοριακές συνθήκες. Οι μικτές διατυπώσεις και οι αντίστοιχες προσεγγίσεις πεπερασμένων στοιχείων (τυπικές μέθοδοι $-h$ και $-p$ με C^0 -συνεχείς συναρτήσεις βάσης) αναλύονται μαθηματικά όσον αφορά την μοναδικότητα της λύσης, την ευστάθεια (συνθήκες *Babuška-Brezzi*) και τη σχεδόν βέλτιστη προσεγγιστικότητα. Οι κύριες μεταβλητές των διατυπώσεων είναι το πεδίο των μετατοπίσεων, το πεδίο των διπολικών τάσεων και το πεδίο των τάσεων Cauchy.

17.1.2.θ) G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas, D. A. Tsouvalas, *Convergence & Performance of the h - and p - extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for tension & Buckling of a gradient elastic beam*, International Journal of Solids and Structures 44 (2007) 5056-5074

Αναπτύσσονται μικτές μεθοδολογίες για ορισμένα μονοδιάστατα προβλήματα που προκύπτουν στα πλαίσια της θεωρίας βαθμίδας ελαστικότητας. Συγκεκριμένα, για το πρόβλημα (τέταρτης τάξης) αξονικού εφελκυσμού ράβδου (καταστατικές εξισώσεις με όρους σύζευξης μεταξύ της μονοπολικής και διπολικής τάσης) και για το αντίστοιχο πρόβλημα (έκτης τάξης) λυγισμού δοκού. Εκτελείται πλήρης μαθηματική ανάλυση και εκτεταμένη αριθμητική επαλήθευση της ακρίβειας και της απόδοσης των συγκεκριμένων μικτών μεθόδων, με βάση γενικό κώδικα μικτών πεπερασμένων στοιχείων που αναπτύχθηκε για το σκοπό αυτό. Στο πρόβλημα αξονικού εφελκυσμού ράβδου, τα μικτά πεπερασμένα στοιχεία προσεγγίζουν με μεγάλη ακρίβεια τις κατανομές των τάσεων εντός των οριακών στρωμάτων που δημιουργούνται για μικρές τιμές των χαρακτηριστικών παραμέτρων μικροδομής του υλικού. Αντίστοιχα, ο υπολογισμός των ιδιοτιμών για το πρόβλημα λυγισμού δοκού εκτελείται με μεγάλη ακρίβεια, με λίγα γενικά στοιχεία και χαμηλό πολυωνυμικό βαθμό.

17.1.2.ι) S. I. Markolefas, D. A. Tsouvalas and G. I. Tsamasphyros, *Some C^0 -continuous mixed formulations for general dipolar linear Gradient Elasticity boundary value problems and the associated energy theorems*, International Journal of Solids and Structures 45 (2008) 3255-3281

Γίνεται συστηματική ανάπτυξη μικτών διατυπώσεων για το γενικό πρόβλημα διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας (διατύπωση *Mindlin-Bleustein*), με έμφαση στην ακριβή διατύπωση των αντίστοιχων ενεργειακών θεωρημάτων. Συγκεκριμένα, αναπτύσσονται (συστηματικά) τετραγωνικά συναρτησιακά, τα στάσιμα (σαγματικά) σημεία των οποίων οδηγούν σε χρήσιμες μικτές διατυπώσεις για το υπό μελέτη πρόβλημα. Εκτενείς αριθμητικές

προσομοιώσεις με βάση την μέθοδο p των πεπερασμένων στοιχείων (αύξηση του πολυωνυμικού βαθμού προσέγγισης υπό σταθερό πλέγμα) και συγκρίσεις μεταξύ των διαφόρων μικτών διατυπώσεων, επαληθεύουν την ακρίβεια και αποδοτικότητα των προτεινόμενων ασθενών διατυπώσεων για το γενικό πρόβλημα *διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας*. Είναι αξιοσημείωτο ότι, τα οριακά στρώματα τα οποία δημιουργούνται για πρακτικές (μικρές) τιμές των μικροδομικών σταθερών που υπεισέρχονται στα μοντέλα της *διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας*, προσεγγίζονται με ικανοποιητική ακρίβεια χωρίς έντονη πύκνωση του πλέγματος στις αντίστοιχες περιοχές (άρα, έχουμε μικρή μόλυνση των λύσεων Galerkin για τις δεδομένες μικτές διατυπώσεις).

17.1.2.κ) S. I. Markolefas, D. A. Tsouvalas and G. I. Tsamasphyros, *Mixed finite element formulation for the general anti-plane shear problem, including Mode III crack computations, in the framework of dipolar linear gradient elasticity*, Computational Mechanics 43 (2009) 715-730

Γίνεται ανάπτυξη και αριθμητική επαλήθευση μιας μικτής μεθόδου για το δισδιάστατο πρόβλημα της *αντι-επίπεδης διάτμησης*, στα πλαίσια της θεωρίας *διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας* (με βάση την διατύπωση FORM II). Οι χώροι προσέγγισης χρησιμοποιούν υψηλοβάθμιες συναρτήσεις βάσης (συνεχείς συναρτήσεις C^0 , ορισμένες σε τετραπλευρικά στοιχεία), οι οποίες στηρίζονται στα πολυώνυμα Legendre. Με βάση εκτενείς αριθμητικούς πειραματισμούς, κυρίως για το πρόβλημα ρωγμής (Mode III), προκύπτει ότι η δεδομένη διατύπωση συλλαμβάνει τα ποιοτικά χαρακτηριστικά της ακριβούς λύσης στις διάφορες κλίμακες που επηρεάζουν το πρόβλημα. Συγκεκριμένα, για μικρές τιμές των μικροδομικών σταθερών του προβλήματος και με χρήση επαρκούς πυκνώσεως στην περιοχή της ρωγμής, προσεγγίζεται με μεγάλη ακρίβεια η ασυμπτωτική συμπεριφορά της λύσης, η οποία π.χ. για τις *αληθείς τάσεις* έχει την συναρτησιακή μορφή $O(r^{-3/2})$. Σε μεγαλύτερη απόσταση από την περιοχή της ρωγμής, η ακριβής λύση αλλάζει ριζικά συμπεριφορά, π.χ., για τις *αληθείς τάσεις* έχει την γνωστή συναρτησιακή μορφή της κλασσικής ελαστικότητας $O(r^{-1/2})$. Τα παραπάνω φαινόμενα κλίμακας προσεγγίζονται με αρκετά ικανοποιητική ακρίβεια από την προτεινόμενη μικτή προσέγγιση πεπερασμένων στοιχείων.

17.1.3) Εργασίες σε πρακτικά Συνεδρίων:

17.1.3.α) G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas and D. A. Tsouvalas, "Convergence analysis and comparison of the h - and p - extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for some types of one dimensional biharmonic equations", proceedings of the 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, Limassol, June 29 – July 1 (2005) 853-860

Γίνεται χρήση μικτής διατύπωσης που στηρίζεται στις μεθόδους *Ciarlet-Raviart* και *Herrmann-Miyoshi* για την επίλυση *διαρμονικών εξισώσεων* που προκύπτουν από προβλήματα δοκών με μεταβαλλόμενες ελαστογεωμετρικές ιδιότητες και από προβλήματα βαθμίδας ελαστικότητας σε μία διάσταση. Οι *κύριες μεταβλητές* είναι η *μετατόπιση* και η *δεύτερη παράγωγος* αυτής (η οποία συσχετίζεται με τις διπλές δυνάμεις και τάσεις για τη θεωρία βαθμίδας και με την καμπτική ροπή για τη κάμψη δοκού).

Η ασθενής διατύπωση που προκύπτει από την κάμψη δοκού αντιστοιχεί στο κλασσικό σύστημα μικτών πεπερασμένων στοιχείων με *περιορισμό* (constraint mixed formulation). Για το πρόβλημα της βαθμίδας προκύπτει επιπλέον όρος τύπου *ποινής* (penalty) στην εξίσωση

περιορισμών και ένας συνοριακός όρος στην πρώτη (κύρια) εξίσωση, λόγω των πολύπλοκων συνοριακών συνθηκών (Robin conditions). Εκ της δομής των ασθενών διατυπώσεων είναι δυνατή η χρήση κλασσικών σύμμορφων συναρτήσεων βάσης συνέχειας C^0 .

Αρχικά επαληθεύονται οι συνεχείς και διακριτές συνθήκες *Babuska-Brezzi*. Στη συνέχεια εξάγεται ότι το θεωρητικό σφάλμα μόλυνσης (ή διαταραχής) της μεταβλητής μετατόπισης (2η κύρια μεταβλητή) φράσσεται από νόρμες χαμηλότερης τάξης της μεταβλητής δεύτερης παραγώγου (1η κύρια μεταβλητή). Αυτό εξηγεί την πολύ καλύτερη ποιότητα σύγκλισης του σφάλματος ως προς τη 2η μεταβλητή σε σχέση με τη σύγκλιση της 1ης μεταβλητής, για τα προβλήματα με ιδιομορφία στην ακριβή λύση (σύμφωνα με τη γενικότερη θεωρία που στηρίζεται στις *συνθήκες BB*, οι δύο μεταβλητές συγκλίνουν τουλάχιστον με τον ίδιο ρυθμό).

Τα εκτενή αριθμητικά παραδείγματα αποδεικνύουν την αποδοτικότητα και ακρίβεια της παραπάνω μικτής μεθόδου, ειδικά στα προβλήματα βαθμίδας Ελαστικότητας. Τονίζεται ότι η δομή της διατύπωσης είναι άμεσα επεκτάσιμη σε πολυδιάστατα προβλήματα βαθμίδας (εξισώσεις Mindlin, Tourin και Bleustein). Το απλό μονοδιάστατο παράδειγμα υποδεικνύει επίσης ότι οι πολύπλοκες συνοριακές συνθήκες που προκύπτουν στις θεωρίες βαθμίδας μπορούν να ενσωματωθούν στις αντίστοιχες μικτές διατυπώσεις.

17.1.3.β) G. I. Tsamasphyros, S. Markolefas and D. A. Tsouvalas, "Convergence & performance of the h- and p- extensions with mixed finite element C^0 continuity formulations, for tension & buckling of a strain gradient elastic beam", proceedings of the International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences (ICCES), Chennai, Rep. of India, December 1 – 6 (2005)

Γίνεται χρήση μικτής διατύπωσης που στηρίζεται στις μεθόδους *Ciarlet-Raviart* και *Herrmann-Miyoshi* για την επίλυση της *διαρμονικής εξίσωσης* και της *εξίσωσης έκτου βαθμού* που προκύπτουν από το πρόβλημα *αξονικού εφελκυσμού και λυγισμού δοκού*, αντιστοίχως, η οποία διέπεται από την *θεωρία βαθμίδας ελαστικότητας* σε μία διάσταση. Η καταστατική εξίσωση που χρησιμοποιείται στηρίζεται σε απλοποιημένη μορφή της θεωρίας των *Βαρδουλάκη και Sulem* (με όρο που συσχετίζεται με την *επιφανειακή ενέργεια*). Η δομή της μονοδιάστατης καταστατικής εξίσωσης μπορεί να θεωρηθεί ως το ανάλογο της γενικής θεωρίας του *Mindlin*, όταν οι καταστατικές εξισώσεις περιέχουν όρους που συσχετίζουν άμεσα τις κλασσικές παραμορφώσεις με τις διπλές τάσεις και τις παραμορφώσεις βαθμίδας με τις κλασσικές τάσεις *Cauchy*.

Οι *κύριες μεταβλητές* της προτεινόμενης *μικτής διατύπωσης* είναι η *μετατόπιση* και η *δεύτερη παράγωγος* αυτής (αξονικός εφελκυσμός δοκού) και η *καμπτική ροπή*, η *καμπυλότητα* και το *βέλος κάμψης* για τα προβλήματα λυγισμού.

Οι ασθενείς διατυπώσεις που προκύπτουν σε όλες τις περιπτώσεις έχουν τη δομή του κλασσικού συστήματος μικτών πεπερασμένων στοιχείων με *περιορισμό* (constraint mixed formulation). Για το πρόβλημα του αξονικού εφελκυσμού προκύπτει επιπλέον κλασσικός όρος τύπου *ποινής* (*penalty*) στην εξίσωση περιορισμών και ένας συνοριακός όρος στην πρώτη (κύρια) εξίσωση, λόγω των πολύπλοκων συνοριακών συνθηκών (Robin conditions). Για το πρόβλημα του λυγισμού, ο όρος ποινής περιέχει το άγνωστο *κρίσιμο φορτίο* και έχει τέτοιο πρόσημο ώστε να καταστρέφει την *καλή τοποθέτηση* της ολικής ασθενούς διατύπωσης (για ορισμένες διακριτές τιμές του φορτίου). Έτσι, προκύπτει (όπως είναι μαθηματικά αναμενόμενο) *πρόβλημα υπολογισμού ιδιοτιμών* ενός κατάλληλου μητρώου.

Εκ της δομής των ασθενών διατυπώσεων είναι δυνατή η χρήση κλασσικών σύμμορφων συναρτήσεων βάσης συνέχειας C^0 . Αυτό είναι δε το βασικότερο πλεονέκτημα των προτεινόμενων μικτών μεθόδων.

Τα εκτενή αριθμητικά παραδείγματα αποδεικνύουν την αποδοτικότητα και ακρίβεια των παραπάνω μικτών μεθόδων, τόσο στον υπολογισμό της εσωτερικής εντατικής κατάστασης (πρόβλημα αξονικού εφελκυσμού) όσο και στο πρόβλημα εκτίμησης του κρίσιμου φορτίου λυγισμού (το κρίσιμο φορτίο είναι η μικρότερη ιδιοτιμή του προαναφερθέντος μητρώου)

Τονίζεται ότι η δομή της διατύπωσης είναι άμεσα επεκτάσιμη σε πολυδιάστατα προβλήματα βαθμίδας (εξισώσεις *Mindlin*, *Toupin* και *Bleustein*). Τα απλά μονοδιάστατα παραδείγματα υποδεικνύουν ότι οι πολύπλοκες συνοριακές συνθήκες που προκύπτουν στις θεωρίες βαθμίδας μπορούν να ενσωματωθούν στις αντίστοιχες μικτές διατυπώσεις.

17.1.3.γ) S. I. Markolefas, D. Tsouvalas and G. Tsamasphyros, *High polynomial order mixed finite element methods for strain gradient elasticity problems: A posteriori error estimation and Adaptivity*, proceedings of the 3rd International Conference “From Scientific Computing to Computational Engineering”, Athens, Greece, 9-12 July (2008)

Αναπτύσσεται κατάλληλη προσαρμοστική τεχνική για μια μικτή διατύπωση πεπερασμένων στοιχείων του γενικού προβλήματος θεωρίας *διπολικής βαθμίδας Ελαστικότητας* (με βάση την διατύπωση FORM II). Η τεχνική στηρίζεται στην εκ των υστέρων εκτίμηση του σφάλματος (a posteriori error estimation) με βάση *μεθόδους έμμεσων υπολοίπων* (λύσεις τοπικών προβλημάτων πεπερασμένων στοιχείων) και “*στοχεύει*” στην σταδιακή μείωση του συνολικού σφάλματος, εκπεφρασμένου σε κατάλληλες νόρμες (στάθμες) για κάθε μεταβλητή χωριστά (νόρμα πεδίου μετατοπίσεων και νόρμες διπολικών τάσεων και τάσεων Cauchy). Εκτενείς αριθμητικοί πειραματισμοί σε προβλήματα με υψηλές βαθμίδες ακριβούς λύσεις (προβλήματα με οριακά στρώματα και ανώμαλα σημεία τύπου x^{λ} , $0.50 < \lambda < 1$) επαληθεύουν την αποδοτικότητα και ακρίβεια της προσαρμοστικής τεχνικής.

17.1.4) Διδακτικά συγγράμματα – Διδακτικές σημειώσεις:

17.1.4.α) Η μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων για τη συστηματική επίλυση επίπεδων δικτυωμάτων, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος “Επίλυση προβλημάτων Μηχανικού με Αριθμητική Ανάλυση”, Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθηνών, 2004-2005.

Αναπτύσσεται η κλασσική *μέθοδος μετατοπίσεων* των πεπερασμένων στοιχείων με εφαρμογές στα *επίπεδα δικτυώματα*. Γίνεται κατάστρωση των εξισώσεων σε επίπεδο στοιχείου και στη συνέχεια, με βάση την ισορροπία κόμβων, κατασκευάζεται το γενικό σύστημα. Το τελικό επιλύσιμο σύστημα κατασκευάζεται με εισαγωγή των δεσμεύσεων.

Σκοπός των σημειώσεων είναι η εισαγωγή των φοιτητών στο θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου, με τον απλούστερο δυνατό τρόπο. Δίνεται μεγάλη έμφαση σε θέματα συμβολισμού και δομημένου τρόπου ανάπτυξης των εξισώσεων.

17.1.4.β) Η μέθοδος των Πεπερασμένων στοιχείων για τη συστηματική επίλυση επίπεδων πλαισίων, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος “Επίλυση προβλημάτων Μηχανικού με Αριθμητική Ανάλυση”, Τμήμα Πολιτικών Έργων Υποδομής, ΣΤΕΦ, ΤΕΙ Αθηνών, 2004-2005.

Αποτελεί συνέχεια της 17.1.4.α. Αναπτύσσεται η κλασσική *μέθοδος μετατοπίσεων* των πεπερασμένων στοιχείων με εφαρμογές στα *επίπεδα πλαίσια*. Γίνεται κατάστρωση των

εξισώσεων σε επίπεδο στοιχείου και στη συνέχεια, με βάση την ισορροπία κόμβων, κατασκευάζεται το γενικό σύστημα. Το τελικό επιλύσιμο σύστημα κατασκευάζεται με εισαγωγή των δεσμεύσεων. Οι συναρτήσεις σχήματος που αντιστοιχούν στις καμπτικές μετατοπίσεις είναι τύπου *Hermite*, 3ης τάξης (συνέχεια C^1).

Σκοπός των σημειώσεων είναι η εισαγωγή των φοιτητών στο θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου, με τον απλούστερο δυνατό τρόπο. Δίνεται μεγάλη έμφαση σε θέματα συμβολισμού και δομημένου τρόπου ανάπτυξης των εξισώσεων.

17.1.4.γ) Πρόγραμμα Πεπερασμένων στοιχείων FEM.FOR. Ανάπτυξη και λεπτομερής περιγραφή *in-house* κώδικα (για χρήση από τους φοιτητές), στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος “Πεπερασμένα Στοιχεία Ι”, Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Υπολογιστική Μηχανική, ΕΜΠ (1999-2004).

Ο κώδικας περιέχει τα ακόλουθα στοιχεία:

Στοιχείο επίπεδου πλαισίου (αξονικής έντασης και καμπτικής παραμόρφωσης).

Τριγωνικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης και επίπεδης παραμόρφωσης (1ου και 2ου πολωνυμικού βαθμού).

Τετραπλευρικά ισοπαραμετρικά στοιχεία επίπεδης έντασης και επίπεδης παραμόρφωσης (1ου πολωνυμικού βαθμού).

Τα φορτία μπορεί να είναι σημειακά ή(και) ομοιόμορφα κατανεμημένα σε πλευρές του πλέγματος. Σημειώνεται ότι το πρόγραμμα εξάγει την αποθηκευμένη *ενέργεια παραμόρφωσης* της λύσης των πεπερασμένων στοιχείων, η οποία χρησιμεύει άμεσα για τον υπολογισμό του σφάλματος στην *νόρμα ενέργειας παραμόρφωσης* (αν είναι γνωστή η ακριβής ενέργεια παραμόρφωσης του προβλήματος).

Βασικός σκοπός του προγράμματος είναι η εξοικείωση των φοιτητών με τις προγραμματιστικές μεθόδους των κλασικών πεπερασμένων στοιχείων. Για τον σκοπό αυτό ο κώδικας περιέχει πολλά σχόλια. Συνήθως, ζητείται από τους φοιτητές να “τρέξουν” το πρόγραμμα για δεδομένα προβλήματα και να συγκρίνουν τα αποτελέσματα με δεδομένες ακριβείς λύσεις. Επίσης, να κάνουν διάφορες αλλαγές στον κώδικα (εισαγωγή 3-D στοιχείων, υψηλοβάθμιων συναρτήσεων σχήματος, πολύπλοκων φορτίσεων κ.λ.π).

17.1.4.δ) Συνοπτικές σημειώσεις Θεωρίας Πεπερασμένων Στοιχείων για το πρόβλημα της Επίπεδης Ελαστικότητας. Θεωρητικό υπόβαθρο της δομής και διαμόρφωσης του κώδικα Πεπερασμένων στοιχείων FEM.FOR για το πρόβλημα της επίπεδης Ελαστικότητας, στα πλαίσια της διδασκαλίας του μαθήματος “Πεπερασμένα Στοιχεία Ι”, Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Υπολογιστική Μηχανική, ΕΜΠ (1999-2004).

Σκοπός του παρόντος είναι καλύτερη κατανόηση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων, όπως αυτή εφαρμόζεται στο πρόγραμμα FEM.FOR (στο πλαίσιο του μαθήματος των *Πεπερασμένων Στοιχείων Ι, Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Υπολογιστικής Μηχανικής*). Πρέπει να τονισθεί ότι το παρόν φυλλάδιο δεν δίνει πλήρη θεωρητική ανάλυση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων, αλλά κυρίως παρέχει ένα υπόβαθρο για να μπορεί κάποιος (σε συνδυασμό με τη μελέτη και χρήση του προγράμματος FEM.FOR), να κατανοήσει σε βάθος τις διαδικασίες της μεθόδου. Πάντως, οι σημειώσεις μπορούν να μελετηθούν και ανεξάρτητα του προγράμματος, δίνοντας στον αναγνώστη μια σύντομη αλλά ακριβή εικόνα της πλήρους μεθοδολογίας (από αρχή μέχρι τέλος), με κατάλληλη έμφαση στη σαφήνεια των διατυπώσεων (υπό την οπτική γωνία του προγραμματισμού στον *ηλεκτρονικό υπολογιστή*), αλλά και στο αντίστοιχο μαθηματικό υπόβαθρο.

17.1.4.ε) Ειδικά κεφάλαια Πεπερασμένων Στοιχείων (Ειδικά κεφάλαια Υπολογιστικής Μηχανικής Στερεών), Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών Υπολογιστική Μηχανική, ΕΜΠ (1999-2003).

Συγγραφή τμήματος σημειώσεων για το μάθημα (Μέρος Ι, κεφάλαιο 1-4 και Μαθηματικά Παραρτήματα).

Τα θέματα του Μέρους Ι (κεφ. 1-4) αναφέρονται σε *Προσαρμοστικές τεχνικές (h-, p-adaptive techniques)* και σε μεθόδους εκτίμησης σφάλματος εκ των προτέρων και εκ των υστέρων (*a priori, a posteriori error estimates*) για κλασσικές μεθόδους Galerkin πεπερασμένων στοιχείων.

17.1.5) Εσωτερικές δημοσιεύσεις:

17.1.5.α) Μαθηματική ανάλυση γενικών Μικτών Μεθόδων Πεπερασμένων Στοιχείων (Προβλήματα Ελαστικότητας, Ασυμπίεστης Ροής Stokes, Θεωρίες Πλακών Poisson-Kirchhoff και Mindlin-Reissner, Συνθήκες συνεχούς και διακριτής ευστάθειας Babuška-Brezzi, Σχεδόν βέλτιστη προσεγγιστικότητα των διακριτών λύσεων Galerkin) (Τομέας Μηχανικής – ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, Σεπτέμβριος 2004)

Σκοπός του παρόντος είναι η εκτενής παρουσίαση του μαθηματικού υποβάθρου των γενικών μεθόδων (στατικών, γραμμικών) πεπερασμένων στοιχείων, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στα λεγόμενα μικτά προβλήματα. Οι μικτές διατυπώσεις γίνονται σταδιακά πιο δημοφιλείς τα τελευταία χρόνια, ιδιαίτερα σε προβλήματα Ρευστομηχανικής και (σχεδόν) ασυμπίεστης ελαστικότητας, όπου η κλασσική μέθοδος διαμόρφωσης των ασθενών διατυπώσεων οδηγεί με φυσικό τρόπο σε μικτά προβλήματα.

Το ίδιο ισχύει και για διατυπώσεις με *πολλαπλασιαστές Lagrange* ή με *όρους ποινής (penalty)*, όπου (για διαφόρους λόγους) είναι επιθυμητό να εισάγονται ασθενώς ορισμένοι (ή όλοι) οι περιορισμοί μεταξύ των μεταβλητών του δεδομένου προβλήματος.

Στην παρούσα μονογραφία δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στις *ασθενείς διατυπώσεις* και στην επαλήθευση των *συνθηκών Babuška-Brezzi*, παρά στην τεχνικά λεπτομερή παρουσίαση χώρων πεπερασμένων στοιχείων, αντίστοιχων μητρώων ακαμψίας, διανυσμάτων φόρτισης κ.λ.π. Όμως, η λεπτομερής παρουσίαση της δομής των ασθενών διατυπώσεων, σε συνδυασμό με την εκτενή βιβλιογραφία, μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμη σε αυτούς που ενδιαφέρονται κυρίως για τον προγραμματισμό των μεθόδων, παρά για την ενδελεχή μαθηματική ανάλυση τους.

Τονίζεται ότι αρκετές αποδείξεις, όσον αφορά τις *συνθήκες BB* και την *σχεδόν βέλτιστη προσεγγιστικότητα* των μεθόδων των πεπερασμένων στοιχείων, παρατίθενται στα Παραρτήματα II, III και V. Επίσης τα Παραρτήματα I και IV περιέχουν μεγάλο όγκο υλικού *συναρτησιακής ανάλυσης* (ορισμών και αποτελεσμάτων αναφορικά με *χώρους Hilbert* και *χώρους Sobolev*). Το υλικό αυτό είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την βαθύτερη κατανόηση των θεμάτων με τα οποία ασχολείται η παρούσα μονογραφία.

Η εργασία θα αποτελέσει το θεωρητικό υπόβαθρο της Διδασκαλίας του Μαθήματος: “*Εκτίμηση σφάλματος και Προσαρμοστικές Τεχνικές στη μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων*“, Δ.Π.Μ.Σ., Υπολογιστική Μηχανική.

17.1.5.β) Η διακριτή συνθήκη Babuška-Brezzi (συνθήκη inf-sup) και η μέθοδος Aubin-Nitsche (Nitsche trick) στην μαθηματική ανάλυση της μεθόδου των

Πεπερασμένων Στοιχείων (στα πλαίσια της διάλεξης στο πρόγραμμα Σεμιναρίων της Σχολής Ε.Μ.Φ.Ε, Σεπτέμβριος 2002).

Αρχικά παρουσιάζονται ορισμένα θεμελιώδη αποτελέσματα που συσχετίζονται με την περίφημη διακριτή συνθήκη *Babuška-Brezzi (BB)* (π.χ., σχεδόν βέλτιστη σύγκλιση της μεθόδου *Galerkin* (ή *Petrov-Galerkin*) των *Πεπερασμένων Στοιχείων*). Επίσης, αναφέρονται διάφορες μεθοδολογίες επαλήθευσης της συνθήκης *BB* (θεωρητικές και αριθμητικές).

Στη συνέχεια γίνεται αναφορά σε *γενικευμένες συνθήκες BB* (παράδειγμα: προβλήματα που ικανοποιούν την ανισότητα *Garding*). Με χρήση της μεθόδου *Aubin-Nitsche*, αποδεικνύεται ότι, υπό *συνθήκες επαρκούς πυκνώσεως*, η μέθοδος *Galerkin* συγκλίνει με σχεδόν βέλτιστο τρόπο (*quasi-optimality*).

Υπενθυμίζεται ότι, με βάση την μέθοδο *Aubin-Nitsche* υπολογίζονται οι ρυθμοί σύγκλισης της μεθόδου *Galerkin*, ως προς νόρμες χαμηλότερης τάξης από την νόρμα του χώρου λύσεων. Στα προβλήματα που αναλύονται στην παρούσα εργασία (2ας τάξης), η νόρμα του χώρου λύσεων είναι η νόρμα H^1 , ενώ οι νόρμες κατώτερης τάξης είναι οι νόρμες $L^2 = H^0$ και H^{-t} , $t=1,2,\dots$

Οι αποδείξεις για την σύγκλιση των αρνητικών νορμών αναφέρονται στη γνωστή μέθοδο *h-* (σχεδόν ομοιόμορφη πυκνωση υπό σταθερό πολυωνυμικό βαθμό), αλλά όλη η θεωρία εφαρμόζεται σχεδόν αμετάβλητη και για την μέθοδο *p-* (σταθερό πλέγμα και αύξηση της πολυωνυμικής τάξης). Το μόνο που αλλάζει είναι η δομή της τυπικής εκτίμησης σφάλματος παρεμβολής της ακριβούς λύσης του βοηθητικού προβλήματος.

17.1.5.γ) Το φαινόμενο της μόλυνσης των λύσεων Galerkin για τις κλασσικές μεθόδους *h-* και *p-* των Πεπερασμένων Στοιχείων

(Η εργασία ήταν στα πλαίσια των *Γενικών Μεταπτυχιακών Εξετάσεων*, σύμφωνα με τον εσωτερικό κανονισμό του Τομέα Μηχανικής και παρουσιάστηκε σε πενταμελή επιτροπή καθηγητών τον Ιούλιο του 2001)

Γίνεται μελέτη (εκ των προτέρων (*a priori*) εκτίμηση) του φαινομένου της *μόλυνσης* (pollution effect) των λύσεων Galerkin. Ως μόλυνση νοείται η διαφορά μεταξύ της βέλτιστης δυνατής προσεγγιστικής λύσης που δύναται να προσφέρει το δεδομένο πλέγμα (με τις αντίστοιχες συναρτήσεις βάσης) και της λύσης Galerkin (σε γενικό ή τοπικό επίπεδο), μετρούμενη σε κατάλληλη νόρμα (γενική ή τοπική).

Επίσης, δίνονται πολλά 1-D παραδείγματα αριθμητικών προσεγγίσεων με υψηλή μόλυνση (κυματική εξίσωση, εξίσωση μεταφοράς-διάχυσης), με βάση τον κώδικα που έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια της Διδακτορικής Διατριβής (προσαρμοστική μέθοδος *p-*).

17.2 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΟΛΛΗΣΕΩΝ ΜΕ ΚΟΛΛΑ (adhesive bonding)

17.2.1 Διατριβές:

17.2.1.α) Θεωρητική ανάλυση και σχεδιασμός των κολλήσεων με κόλλα

Διπλωματική εργασία - Πανεπιστήμιο Πατρών, Μάρτιος 1989, Επιβλέπων Καθηγητής: Στ. Παϊπέτης

Η μεγάλη ανάπτυξη της Επιστήμης των Πλαστικών, σε συνδυασμό με την άμεση ανάγκη ελαχιστοποίησης του βάρους μιας κατασκευής (ιδιαίτερα σε αεροπορικές κατασκευές), οδήγησαν σε ραγδαία αύξηση της χρήσης των κολλήσεων με κόλλες υψηλής αντοχής τις τελευταίες δεκαετίες.

Το κύριο μέρος της Διπλωματικής εργασίας αναφέρεται στην ανάλυση και σχεδιασμό κολλήσεων διπλής επικάλυψης (*double lap joints*). Γίνεται χρήση του ελαστικού-πλαστικού μοντέλου για τη κόλλα, ενώ λαμβάνονται υπ' όψιν οι καμπτικές παραμορφώσεις των σωμάτων, οι αποφλοιωτικές τάσεις της κόλλας και οι παραμένουσες θερμικές τάσεις που αναπτύσσονται όταν η θερμοκρασία λειτουργίας είναι αρκετά διαφορετική από τη θερμοκρασία σκλήρυνσης της κόλλας και τα σώματα που κολλούνται είναι ανόμοια (π.χ. κολλήσεις συνθέτου στρωματοποιημένου υλικού Graphite epoxy με τιτάνιο). Τονίζεται ότι η διατμητική αντοχή της κολλησης εξαρτάται από τις συγκεντρώσεις διατμητικών τάσεων στην κόλλα στα άκρα της επικάλυψης και δεν βελτιώνεται με υπερβολική αύξηση του μήκους επικάλυψης (οι συγκεντρώσεις τάσεων απλά συμπιέζονται στα άκρα, όπου μεταφέρεται σχεδόν όλο το φορτίο, ενώ το εσωτερικό τμήμα της επικάλυψης παραμένει πρακτικά αφόρτιστο, δηλ. ανενεργό)

Στη συνέχεια αναπτύσσεται αριθμητική μέθοδος υπολογισμού της αντοχής σε διάτμηση κολλησης διπλής επικάλυψης όπου οι πλάκες και η κόλλα ακολουθούν *μη γραμμική συμπεριφορά* (Νόμος Ramberg-Osgood). Επαληθεύεται αριθμητικά το γενικό θεωρητικό αποτέλεσμα ότι για μεγάλα μήκη επικάλυψης η διατμητική αντοχή της κολλησης (*shear strength*) εξαρτάται από τη μέγιστη δυνατή ενέργεια παραμόρφωσης της κόλλας. Αυτό σημαίνει ότι οι όλκιμες κόλλες αναμένεται να έχουν καλύτερη συμπεριφορά από αντίστοιχες ψαθυρές (αν και οι τελευταίες έχουν μεγαλύτερη ονομαστική αντοχή σε διάτμηση).

Τέλος, γίνεται λεπτομερής ανάλυση των κολλήσεων απλής επικάλυψης, όπου λόγω της γεωμετρίας της κατασκευής και της εκκεντρότητας της φόρτισης πρέπει να χρησιμοποιηθεί θεωρία 2ας τάξης, δηλ. οι εξισώσεις ισορροπίας καταστρώνονται στο παραμορφωμένο σώμα (θεωρία πεπερασμένης καμπτικής παραμόρφωσης). Γίνεται υπολογισμός της μέγιστης διατμητικής αντοχής και επαληθεύεται ότι η κολληση απλής επικάλυψης αστοχεί συνήθως λόγω καμπτικής καταπόνησης των πλακών στα άκρα της επικάλυψης ή λόγω αποφλοιωτικών τάσεων στη κόλλα. Ως εκ τούτου οι κολλήσεις απλής επικάλυψης είναι μη αποδοτικές και πρέπει να χρησιμοποιούνται σε δευτερεύουσες κατασκευές (και όχι σε κύρια φέροντα στοιχεία).

Στην εργασία γίνεται χρήση μονοδιάστατων μοντέλων διατμητικής καθυστέρησης (*shear lag models*). Ως εκ τούτου, τα αποτελέσματα που παράγονται είναι σε κλειστή μορφή (εκτός από το μη γραμμικό μοντέλο) και μπορούν να χρησιμοποιηθούν άμεσα για υπολογιστικούς-σχεδιαστικούς σκοπούς (με εισαγωγή βέβαια κατάλληλων συντελεστών ασφαλείας).

17.2.1.β) Υπολογισμός αντοχής σε διάτμηση των κολλήσεων με κόλλα απλής και διπλής επικάλυψης

Σπουδαστική εργασία - Πανεπιστήμιο Πατρών, 1987, Επιβλέπων Καθηγητής: Στ. Παϊπέτης

Αρχικά γίνεται περιγραφή των βασικών αρχών της κολλησης με κόλλα, παρουσίαση των κατασκευαστικών κολλών και σκιαγραφούνται οι μέθοδοι κατασκευής αξιόπιστων κολλήσεων. Στην συνέχεια γίνεται ελαστική και ελαστική-πλαστική ανάλυση των κολλήσεων διπλής επικάλυψης και εξάγονται εξισώσεις υπολογισμού της αντοχής σε διάτμηση και εξισώσεις σχεδιασμού (σε κλειστή μορφή). Επίσης εξετάζεται μαθηματικά η επιρροή των διαφόρων παραμέτρων στην αντοχή της κολλησης (πάχος κόλλας, μήκος επικάλυψης, όλκιμότητα κόλλας, πάχος πλακών, κ.λ.π)

Στη συνέχεια εξετάζονται μέθοδοι βελτίωσης της διατμητικής αντοχής, μέσω σταδιακής μείωσης του πάχους των πλακών στα άκρα (tapering) και αλλαγής των ιδιοτήτων της κόλλας κατά μήκος της επικάλυψης. Συγκεκριμένα, στις περιοχές των συγκεντρώσεων τάσεων (άκρα της επικάλυψης) γίνεται χρήση όλκιμης κόλλας, ενώ στο εσωτερικό τμήμα χρησιμοποιείται ψαθυρή κόλλα. Με το τρόπο αυτό εξομαλύνονται οι ανομοιομορφίες στις παραμορφώσεις των πλακών, καθώς το φορτίο μεταφέρεται από το ένα σώμα στο άλλο και οι συγκεντρώσεις των τάσεων μειώνονται (με αποτέλεσμα την αύξηση της συνολικής διατμητικής αντοχής).

17.2.2) Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές:

17.2.2.α) S. Marcolefas, V.Kostopoulos and S. A. Paipetis, "Non-linear analysis of a metal-to-composite scarf joint", Int. J. Mech. Sci. 33(12) (1991) 961-973

Αναπτύσσεται μέθοδος ανάλυσης και υπολογισμού της διατμητικής αντοχής των κολλήσεων με κόλλα πλακών ομαλώς μεταβαλλόμενου πάχους (scarf joints). Οι πλάκες αποτελούνται από μέταλλο και σύνθετο υλικό. Γίνεται χρήση μοντέλων διατμητικής καθυστέρησης (shear lag) και μη γραμμικού υλικού για τη κόλλα και το μέταλλο (νόμος *Ramberg-Osgood*). Επίσης, αναπτύσσεται ειδική αριθμητική μέθοδος (shooting technique, με βάση τη μέθοδο *Runge-Kutta*, 4ης τάξης) για την επίλυση του ιδιόμορφου μη γραμμικού προβλήματος συνοριακών τιμών που προκύπτει. Η ιδιομορφία στις εξισώσεις δημιουργείται από το γεγονός ότι το θεωρητικό πάχος των πλακών στα άκρα της επικάλυψης τείνει στο μηδέν (για πλήρη εξισορρόπηση των ανομοιομορφιών των αξονικών παραμορφώσεων κατά τη μεταφορά του φορτίου με διάτμηση στη κόλλα). Εκ της αναλύσεως και των αριθμητικών αποτελεσμάτων προκύπτουν τα κριτήρια αντοχής και σχεδιασμού της εν λόγω κατασκευαστικής κολλήσεως.

17.2.2.β) S. I. Markolefas and Th. K. Papathanassiou, *Stress redistributions in adhesively bonded double-lap joints, with elastic-perfectly plastic adhesive behavior, subjected to axial lap-shear cyclic loading*, International Journal of Adhesion & Adhesives 29 (2009) 737-744

Αναπτύσσεται ένα μοντέλο διατμητικής καθυστέρησης (*shear lag model*) για την ελαστική – πλαστική ανάλυση κόλλησης διπλής επικάλυψης, με επιβολή κυκλικού (περιοδικά μεταβαλλόμενου) εξωτερικού αξονικού φορτίου. Οι κολλούμενες πλάκες ακολουθούν τον κλασικό ελαστικό νόμο του *Hooke*, με επίδραση της θερμοκρασιακής μεταβολής (θερμοκρασία λειτουργίας μείον θερμοκρασία σκλήρυνσης της κόλλας). Η διατμητική τάση στην κόλλα ακολουθεί τον γνωστό ελαστικό – τέλεια πλαστικό νόμο (με καμπύλη αποφόρτισης στην πλαστική περιοχή που εξαρτάται από το επίπεδο της συσσωρευμένης πλαστικής παραμόρφωσης στην κόλλα). Το βασικό συμπέρασμα της ανάλυσης είναι ότι, κατά την μείωση του φορτίου (αποφόρτιση), οι διατμητικές τάσεις στα άκρα της κόλλας (όπου υπάρχει υψηλή συσσώρευση πλαστικοποίησης), μειώνονται πολύ πιο γρήγορα από τις μέσες διατμητικές τάσεις στην επικάλυψη. Επίσης, οι τάσεις αυτές στα άκρα αλλάζουν γρήγορα πρόσημο, παρασύρονται έτσι και το πρόσημο των αποφλοιωτικών τάσεων. Όλα αυτά παίζουν άμεσο ρόλο στα κριτήρια κόπωσης και διάδοσης ρωγμών στα άκρα της επικάλυψης, αφού ο ρυθμός απελευθέρωσης ενέργειας (*crack driving force*), για την εν δυνάμει μετάδοση τυχούσης ρωγμής κατά μήκος της επικάλυψης (στα άκρα), εξαρτάται από

το εύρος διακύμανσης των ορθών (αποφλοιωτικών) και διατμητικών τάσεων και παραμορφώσεων στα άκρα του φιλμ της κόλλας.

17.3 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΟΣΤΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΟΣ (ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ - ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΕ ΧΡΟΝΙΚΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ)

17.3.1) Εφαρμογή της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στην κοστολόγηση συμβολαίων δικαιώματος (options contracts), 1992-1993, Νέα Υόρκη.

Ανάπτυξη προγράμματος αριθμητικού υπολογισμού των τιμών ισορροπίας συμβολαίων δικαιώματος επάνω σε μετοχές (stock options) και σε νομίσματα (currency options), σε στενή συνεργασία με αναλυτή παραγώγων προϊόντων (Mr. Yaron Zilberman, equity derivative products analyst) της UBS Securities Inc. Το πρόγραμμα χρησιμοποιεί την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (στοιχεία Lagrange, υψηλού βαθμού p , και χρονική μέθοδο ολοκλήρωσης Crank-Nicolson), για την ανάλυση του κλασσικού (γραμμικού) μοντέλου των Black-Scholes, στην πλέον εξελιγμένη μορφή του.

Για τα συμβόλαια τύπου American options είναι αναγκαίο σε κάθε βήμα να γίνεται έλεγχος αν το συμβόλαιο αξίζει να εκτελεσθεί ή όχι (dead or alive). Οι εσωτερικοί αυτοί έλεγχοι γίνονται πολύ εύκολα στους κόμβους των συναρτήσεων βάσης Lagrange.

Εκ των αριθμητικών αποτελεσμάτων και συγκρίσεων με άλλα μοντέλα υπολογισμού (μέθοδος Binomial tree και μέθοδος πεπερασμένων διαφορών) προκύπτει υπεροχή της μεθόδου Galerkin από πλευράς απόδοσης και ακρίβειας (ειδικά για τα υψηλοβάθμια πεπερασμένα στοιχεία).

Η εργασία έγινε δεκτή στο περιοδικό Applied Mathematics and Computation, βλέπε κεφάλαιο 9 (9.11), S. Markolefas, "Standard Galerkin formulation with high order Lagrange finite elements for Option Markets pricing", Applied Mathematics and Computation 195 (2008) 707-720

17.4 ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ, ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ, ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ, ΜΕΛΕΤΗ ΥΠΑΡΞΗΣ ΚΑΙ ΕΥΣΤΑΘΕΙΑΣ ΛΥΣΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΜΕΤΑΒΟΛΙΚΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

17.4.1) Δημοσιεύσεις σε Διεθνή περιοδικά με Κριτές:

17.4.1.α) G. J. Tsamasphyros, Th. K. Papathanassiou and S. I. Markolefas, Some analytical solutions of the Kamal equation for isothermal curing with applications to Composite patch repair, Journal of Engineering Materials and Technology 131 (2008) 011008.1-011008.7

Εξάγονται με συστηματικό τρόπο αναλυτικές λύσεις για την ημι-γραμμική (quasi-linear) διαφορική εξίσωση Kamal, για τον βαθμού πολυμερισμού. Η εξίσωση Kamal περιγράφει τον βαθμό πολυμερισμού, συναρτήσει του χρόνου, για αρκετές περιπτώσεις θερμοσκληρυνόμενων πολυμερών. Οι λύσεις που εξάγονται έχουν έμμεση δομή (implicit form) και χρησιμεύουν για τον προσδιορισμό του απαιτούμενου χρόνου πολυμερισμού (plateau time) σε πρακτικές εφαρμογές. Η πρακτική σημασία των εξαγόμενων αναλυτικών λύσεων επαληθεύεται με παραδείγματα από το πεδίο επιδιόρθωσης μεταλλικών πλακών με

επιθέματα συνθέτου υλικού (*Composite patch repair techniques*). Τα επιθέματα προσκολλώνται στην πλάκα με την βοήθεια στρώματος θερμοσκληρυνώμενης κόλλας (πολυμερές). Επίσης, γίνεται σύγκριση με αριθμητικές λύσεις τύπου Runge-Kutta, όπου και διαφαίνονται τα πλεονεκτήματα των παρόντων αναλυτικών λύσεων (σε ορισμένες περιπτώσεις αστάθειας, όπου οι αριθμητικές λύσεις χρειάζονται πολλά χρονικά βήματα για να καταλήξουν σε αξιόπιστα αποτελέσματα)

17.4.1.β) Papathanasiou, T.K, Markolefas, S.I., Filopoulos, S.P., Tsamasphyros, G.J., *Heat transfer in thin multilayered plates-part I: A new approach*, Journal of Heat Transfer 133 (2011) Article number 021302, DOI: 10.1115/1.4002630

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μια νέα μέθοδος προσδιορισμού του θερμοκρασιακού πεδίου σε λεπτές *πολυστρωματικές πλάκες* από σύνθετα υλικά. Η καινούργια μέθοδος βασίζεται σε διακριτοποίηση της θερμοκρασιακής κατανομής κατά το πάχος της κάθε στρώσης της πλάκας, ενώ ταυτόχρονα υιοθετεί συνεχές μοντέλο μετάδοσης θερμότητας (κατά *Fourier*) στο επίπεδο της κάθε στρώσης. Μετά την κατάστρωση του γενικού πεπλεγμένου (δυναμικού) συστήματος των μερικών διαφορικών εξισώσεων που προκύπτουν από την πιο πάνω μέθοδο μοντελοποίησης, αναλύεται η περίπτωση του μόνιμου θερμοκρασιακού πεδίου. Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις που προκύπτουν είναι τύπου *Helmholtz*. Παρουσιάζονται δύο παραδείγματα και τα αποτελέσματα της μεθόδου συγκρίνονται με αυτά της μεθόδου *διαστρωμάτωσης πρώτης τάξης*. Η νέα μέθοδος, για τα δεδομένα παραδείγματα, δίνει αποτελέσματα μεγαλύτερης ακρίβειας από την θεωρία *διαστρωμάτωσης πρώτης τάξης*.

17.4.1.γ) Papathanasiou, T.K, Markolefas, S.I., Filopoulos, S.P., Tsamasphyros, G.J., *Heat transfer in thin multilayered plates-part II: Applications to the composite patch repair technique*, Journal of Heat Transfer 133 (2011) Article number 021303, DOI: 10.1115/1.4002631

Στο δεύτερο αυτό μέρος της εργασίας γίνεται εφαρμογή της καινούργιας μεθόδου μεταφοράς θερμότητας σε σύνθετες *πολυστρωματικές* δομές. Η εφαρμογή της νέας μεθόδου μοντελοποίησης αναφέρεται στη μεθοδολογία επισκευής ρηγματωμένων πλακών με χρήση *επικολλούμενων συνδέσμων* από σύνθετα υλικά (*composite patch repair techniques*). Η εκτίμηση των θερμοκρασιακών πεδίων κατά την φάση της διαδικασίας επικόλλησης είναι υψίστης σημασίας για την δομική ακεραιότητα της επισκευής. Η θερμοκρασία που αναπτύσσεται στο επίθεμα λόγω θέρμανσης, με χρήση ειδικών θερμικών κουβερτών, επηρεάζει άμεσα τον πολυμερισμό του επιθέματος αλλά και την ποιότητα της κόλλησης μέσω του πολυμερισμού της κόλλας, η οποία είναι συνήθως από εποξειδική ρητίνη. Παρουσιάζονται παραδείγματα για κολλήσεις επιθεμάτων σε κάποιες απλές γεωμετρίες, οι οποίες αφορούν σε επισκευές τόσο μεταλλικών πλακών, όσο και πλακών από σύνθετα υλικά.

17.4.1.δ) S. P. Filopoulos, T. K. Papathanasiou, S. I. Markolefas, G. J. Tsamasphyros *“Dynamic finite element analysis of a gradient elastic bar with micro inertia”*, Computational Mechanics 45 (2010) 311-319

Αναλύεται η δυναμική συμπεριφορά μιας ράβδου η οποία υπακούει στις εξισώσεις της *βαθμίδας ελαστικότητας (first strain gradient elastic bar)*, λαμβάνοντας υπ’ όψη την επίδραση

των όρων της *μικρο-αδράνειας*. Η γενική μερική διαφορική εξίσωση (τέταρτης τάξης με μικτές παραγώγους χώρου και χρόνου) επιλύεται με την μέθοδο *Galerkin* των Πεπερασμένων Στοιχείων και στοιχεία *Hermite* (για την προσέγγιση στον χώρο). Γίνεται χρήση των *συνεπών μητρώων μάζας*. Τα αποτελέσματα επαληθεύονται με σύγκριση τους με γνωστές ακριβείς λύσεις. Επίσης, εξάγονται οι αναλυτικές σχέσεις της *κυματικής διασποράς* για τα *διαμήκη κύματα* που αναπτύσσονται κατά μήκος της ράβδου και αναλύεται πλήρως η επίδραση των όρων της *μικρο-αδράνειας*. Ένα βασικό αποτέλεσμα της παρούσης εργασίας είναι ότι, με την επίδραση των όρων της *μικρο-αδράνειας*, αλλάζει σημαντικά η φύση των ακριβών λύσεων, τόσο για το γενικό *δυναμικό πρόβλημα* όσο και για την *κυματική διασπορά*.

17.4.2) Εργασίες σε πρακτικά Συνεδρίων:

17.4.2.α) T. K. Papathanasiou, S.P. Filopoulos, S.I. Markolefas and G. J. Tsamasphyros, *Existence and Uniqueness results for a variational problem of thermal stresses in a gradient elastic half-space*, proceedings of the 4th IASME/WSEAS International Conference on Continuum Mechanics, Cambridge, UK, 24-26 Feb 2009

Αναλύεται μαθηματικά το δυναμικό πρόβλημα που προκύπτει από την εφαρμογή της θεωρίας βαθμίδας ελαστικότητας σε ελαστικό ημίχωρο με δυναμική μετάδοση θερμότητας. Τα τασικά και θερμικά πεδία θεωρούνται ασθενώς συζευγμένα. Συγκεκριμένα, αρχικά επιλύεται αναλυτικά η κλασσική παραβολική εξίσωση μετάδοσης θερμότητας και το αποτέλεσμα εισάγεται ως συνάρτηση φόρτισης στο δυναμικό πρόβλημα αρχικών-συνοριακών τιμών (4^{ης} τάξης) της θεωρίας βαθμίδας ελαστικότητας. Στη συνέχεια, διαμορφώνεται η ασθενής διατύπωση του δυναμικού προβλήματος σε χώρους Sobolev συναρτήσεων που λαμβάνουν τιμές σε χώρους *Banach* (*Banach space* or *vector valued function spaces*). Ο χώρος λύσεων (των μετατοπίσεων) του δεδομένου προβλήματος είναι ο χώρος $W := C^0([0, \tau]; H^2(\Omega)) \cap C^1([0, \tau]; L^2(\Omega)) \cap H^2((0, \tau); H^2(\Omega)')$, όπου $\Omega = (0, \infty)$. Αποδεικνύονται όλες οι κατάλληλες προϋποθέσεις και εφαρμόζεται το θεώρημα του Lions, για την ύπαρξη, μοναδικότητα και ευστάθεια της ακριβούς λύσης στον παραπάνω χώρο λύσεων.

17.4.2.β) S.P. Filopoulos, S.I. Markolefas, T. K. Papathanasiou and G. J. Tsamasphyros, *Finite element models for generalized coupled thermoelastic problems with micro inertia*, proceedings of the 9th International Conference on Bioengineering, Patras, Greece, Sept. 2009

Αναπτύσσεται ένα πλήρες *θερμοελαστικό μοντέλο* για την συμπεριφορά μια ελαστικής ράβδου που υπακούει στις εξισώσεις της διπολικής βαθμίδας ελαστικότητας (Mindlin Form II), λαμβάνοντας υπ' όψη τους όρους *μικρο-αδράνειας*. Η παρούσα θεωρία αποτελεί επέκταση της γνωστής θεωρίας *Lord-Shulman* για θερμοελαστικά υλικά (χρήση μιας παραμέτρου *χρόνου χαλάρωσης*). Η ολοκλήρωση των *ημι-διακριτών* (διαφορικών) εξισώσεων στον χρόνο γίνεται με βάση την μέθοδο *Newmark*. Τα κλασσικά Πεπερασμένα στοιχεία (μέθοδος *Galerkin*) χρησιμοποιούνται για την διακριτοποίηση στον χώρο. Για επαλήθευση του μοντέλου γίνεται εφαρμογή σε πρόβλημα *παλμικού φορτίου Laser (Ultra-Short-Laser pulse load)*.

18. ΛΟΙΠΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ – ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΕΣ

18.1 Ομιλίες – Διαλέξεις:

18.1.1) Διάλεξη στα πλαίσια του προγράμματος Σεμιναρίων της Σχολής Ε.Μ.Φ.Ε, Τομέας Μαθηματικών, με θέμα:

Η διακριτή συνθήκη *Babuška-Brezzi* (συνθήκη *inf-sup*) και η μέθοδος *Aubin-Nitsche* (*Nitsche trick*) στην μαθηματική ανάλυση της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων (Νοέμβριος 2002).

18.1.2) Διάλεξη στα πλαίσια των Γενικών Μεταπτυχιακών Εξετάσεων για την απόκτηση Διδακτορικού Διπλώματος, σύμφωνα με τον εσωτερικό κανονισμό του Τομέα Μηχανικής (ΣΕΜΦΕ) με θέμα:

“*Το φαινόμενο της μόλυνσης των λύσεων Galerkin για τις κλασσικές μεθόδους -h και -p των Πεπερασμένων Στοιχείων*”, (Ιούλιος 2001)

18.2 Συνεργασίες:

18.2.1) Κατασκευή προσομοιωμάτων για προβλήματα σφηνών, με βάση την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (με το εμπορικό πρόγραμμα *Sofistik*), σε συνεργασία με τον Καθηγητή κ. Ε. Ε. Θεοτόκογλου (2002).

19. ΓΝΩΣΗ ΞΕΝΩΝ ΓΛΩΣΣΩΝ

Αρίστη γνώση της Αγγλικής.